Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Présentation générale :

Electrocinétique

chap 1 : Lois générales de l'électrocinétique en régime quasi-stationnaire.

chap 2 : Régime transitoire :

chap 3 : R.S.F.

chap 4 : Filtres passifs.

chap 5 : AOP : Amplificateur opérationnel (Filtres actifs).

Mécanique :

chap 1 : Cinématique du point matériel

chap 2 : Dynamique " " "

chap 3 : Energétique " " "

chap 4 : Oscillateurs mécaniques.

chap 5 : Moment cinétique

chap 6 : Mouvement à forces centrales

chap 7 : Changement de référentiel.

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

(PCSI) chap 8 : Introduction à la mécanique des solides.

Optique

- chap 1 : Lois fondamentales de l'optique géométrique
- chap 2 : Formation d'image. (Système centré).
- chap 3 : instruments optiques.

Mécanique quantique :

chap 1 : Introduction au monde quantique.

Thermodynamique :

chap 1 : Description microscopique et macroscopique d'un système thermodynamique.

chap 2 : Statique des fluides.

chap 3 : 1er principe de la thermodynamique.

chap 4 : 2nd " " " "

chap 5 : Changement d'état d'un corps pur

chap 6 : Machines thermiques.

Électromagnétisme

- chap 1 : Électrostatique
- " 2 : Magnétostatique
- chap 3 : Dipôle électrostatique
- " 4 : " Magnétique.

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515
Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515
Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Physique:

Phénomène naturel $\xrightarrow{\text{Physique}}$ Modèle mathématique (équations différentielles).

Chap 0 : Compléments mathématiques (équations différentielles ordinaires).

1. éq. dif. du 1er ordre

1.1. éq. diff. du 1er ordre sans second membre. (équation différentielle homogène).

$$y' + \alpha y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} + \frac{y}{\tau} = 0$$

homogène à un temps

- Solution : $y(t) = Ae^{-t/\tau}$?

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{y}{\tau} \iff \frac{dy}{y} = -\frac{dt}{\tau}$$

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dt}{\tau} = -\frac{1}{\tau}\int dt$$

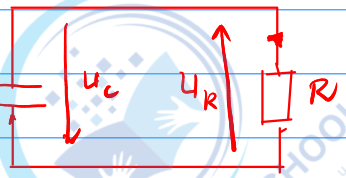
$$\ln(y) = -\frac{t}{\tau} + c \Longrightarrow y(t) = e^{-t/\tau + c} = \underbrace{e^{c}}_{A} e^{-t/\tau}$$

$$\boxed{y(t) = Ae^{-t/\tau}}$$

Déterminée à partir des conditions initiales

Exemple

équation différentielle vérifiée par $q(t)$. sachant que $q(t=0) = Q_0$, déterminer $q(t)$.



$$0 = u_c + u_R \quad \text{avec} \quad u_c = \frac{q}{C} \text{ et } u_R = Ri$$

or $i = \frac{dq}{dt}$

$$0 = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt}$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Leftrightarrow \boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\underbrace{RC}_{=\tau}} = 0}$$

Eq. différentielle du 1er ordre sans second membre.

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

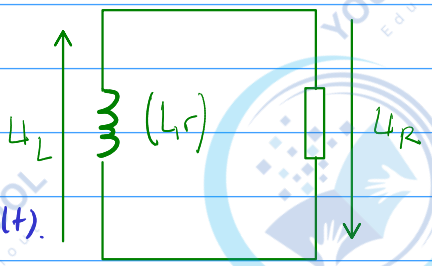
Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

$$q(t) = Ae^{-t/\tau} \qquad \text{avec } \tau = RC$$

$$t=0,\ q(t=0) = A = Q_0 \iff q(t) = Q_0 e^{-t/\tau}.$$

Exercice :

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.



- Déterminer $i(t)$ sachant que $i_0 = i(t=0) = \frac{E}{R}$.

1.2. Équations différentielles du 1er ordre avec second membre.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{y}{\tau} = f(t) \qquad \left(y' + \alpha y = \beta f(x)\right)$$

$$y(t) = y_h(t) + y_p$$

$y_h(t)$: solution homogène : solution de $\frac{dy_h}{dt} + \frac{y_h}{\tau} = 0$

$$y_h(t) = Ae^{-t/\tau}$$

y_p : Une solution particulière

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

• Si $f(t) =$ constante

(Variation de la constante $\quad y_h(t) = Ae^{-t/\tau}$)

$$y(t) = A(t)\, e^{-t/\tau}$$

• Si $f(t) =$ constante $\Rightarrow \quad y_p =$ constante.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{y}{\tau} = C$$

$$y_h(t) = Ae^{-t/\tau}$$

$y_p = K$

$$\frac{dK}{dt} + \frac{K}{\tau} = C$$

$$K = y_p = \tau C$$

$$\boxed{y(t) = Ae^{-t/\tau} + \tau C}$$

Exemple: chute verticale d'une bille dans l'air:



On cherche à établir l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$ $\left(\vec{v} = v(t)\,\vec{k}\right)$

Forces:

• Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg\,\vec{k}$

• Frottement : $\vec{R_a} = -\alpha\vec{v} = -\alpha v\,\vec{k}$

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

2ème loi de Newton

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$m\frac{dv}{dt}\vec{k} = mg\vec{k} - \alpha v\vec{k}$$

Projection selon (Oz) :

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \alpha v$$

$$m\frac{dv}{dt} + \alpha v = mg$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v = g} \qquad \tau = \frac{m}{\alpha}$$

$$v(t) = v_h(t) + v_p$$

$$v_h(t) = Ae^{-t/\tau}$$

$v_p = K$ (constante)

$$0 + \frac{\alpha}{m}v = g$$

$$\frac{v}{\tau} = g$$

$$\boxed{v_p = \tau g}$$

$$\boxed{v(t) = Ae^{-t/\tau} + \tau g}$$

$$v(t=0) = 0 = A + \tau g$$

$$A = -\tau g$$

$$v(t) = -\tau g e^{-t/\tau} + \tau g$$

$$\boxed{v(t) = \tau g\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Exercice:

$$\boxed{\frac{dy}{dt} + \lambda y = \underbrace{A_2 e^{-\lambda_2 t}}}$$

$y(t=0) = Y_0$.

2 équations differentielle du second ordre:

2.1. Sans second membre:

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = 0}$$

Pulsation propre (ω_0 est exprimée en rd/s.

$$r^2 + \omega_0^2 = 0$$

$$y(t) = e^{\overset{?}{r}t}$$

$$r^2 e^{rt} + \omega_0^2 e^{rt} = 0$$

$$e^{rt}\underbrace{(r^2 + \omega_0^2)}_{=0} = 0$$

$r^2 + \omega_0^2 = 0$ équation caractéristique

$$r^2 = -\omega_0^2 = i^2\omega_0^2 = (i\omega_0)^2$$

$i^2 = -1$

$$r = \pm i\omega_0.$$

$$y_+(t) = e^{i\omega_0 t} \quad \text{ou} \quad y_-(t) = e^{-i\omega_0 t}$$

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

$$y(t) = A_1 e^{i\omega_0 t} + B_1 e^{-i\omega_0 t}$$

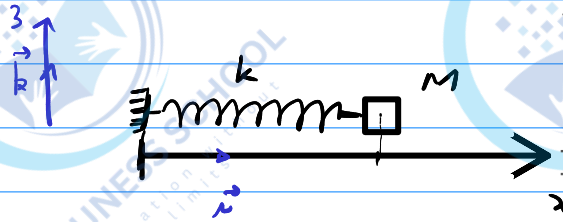
$$\cos(\omega_0 t) = \frac{e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}}{2}, \quad \sin(\omega_0 t) = \frac{e^{i\omega_0 t} - e^{-i\omega_0 t}}{2i}$$

$$y(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

$$y(t) = C\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

2 constantes $\Rightarrow$ 2 conditions initiales $\begin{cases} y(t=0) \\ \frac{dy}{dt}(t=0) \end{cases}$

Exemple : Masse-ressort



- Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{k}$
- Force de rappel : $\vec{F}_R = -k\Delta l\,\vec{i} = -kx\vec{i}$

Réaction normale : $\vec{R} = N\vec{k}$.

$\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$

2ème loi de Newton :

$$m\vec{a} = \vec{F}_R + \vec{P} + \vec{N}$$

$$\begin{cases} (Ox) & m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \\ (Oz) & 0 = -mg + N \end{cases}$$

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad ; \quad \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$

$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ donc $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

, $x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

, $x(t) = C\cos(\omega_0 t + \varphi)$

• $x(t=0) = x_0$ et $v(t=0) = 0$

$x(t=0) = A = x_0$ $\quad \boxed{A = x_0}$

$v = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A\sin(\omega_0 t) + \omega_0 B\cos(\omega_0 t)$

$v(t=0) = \omega_0 B = 0$ $\quad \boxed{B = 0}$

$$\boxed{x(t) = x_0\cos(\omega_0 t)}$$

* $x(t) = C\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\begin{cases} x_0 > 0 \\ x_0 < 0 \end{cases}$

• $x(t=0) = C\cos(\varphi) = x_0$

$v(t) = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 C\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\varphi = 0$

$v(t=0) = -\omega_0 C\sin\varphi = 0 \iff \sin\varphi = 0$

$\varphi = \pi$

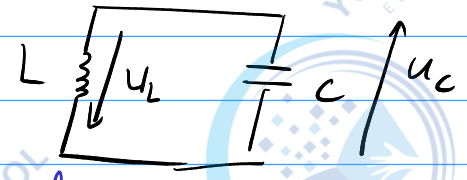
Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

$x_0 > 0$: $\varphi = 0$ $\quad x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$

Exercice :

Établir l'équation vérifiée par $i(t)$. et la résoudre. Sachant que $\begin{cases} u_c(t=0) = E \\ i(t=0) = 0 \end{cases}$



Avec second membre.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = f(t)$$

$$y(t) = y_h(t) + y_p$$

y_h solution : $\frac{d^2y_h}{dt^2} + \omega_0^2 y_h = 0$

$$y_h(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

$$y(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + y_p.$$

• Équation différentielle d'un oscillateur amorti :

Sans second membre.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\lambda\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$$

e^{rt} soit solution : vérifie ? $\left(r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0\right.$

$$r^2 e^{rt} + 2\lambda r e^{rt} + \omega_0^2 e^{rt} = 0$$

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 \qquad (\Delta = 4\Delta')$$

$\Delta' > 0$: Deux solutions réelles : $\begin{cases} r_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \\ r_2 = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \end{cases}$

Régime apériodique

$$y(t) = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t}$$

$$y(t) = A' \cosh(r_1 t) + B' \sinh(r_2 t)$$

$$y(t) = e^{-\lambda t} \left\{ A e^{+\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\, t} + B e^{-\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\, t} \right\}$$

$\Delta' = 0$ $(\lambda = \omega_0)$: Régime critique

$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$, admet une solution double :

$$(r + \omega_0)^2 = 0$$

e^{rt} / $y(t) = A e^{rt} + B \not{t} e^{rt}$

e^{rt} et te^{rt} sont solution

$$y(t) = (A + Bt) e^{-\omega_0 t}$$

$$y(t) = (A + Bt) e^{-\lambda t}$$

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515