Exercice 1 : Modélisation cinétique du bras d'orientation :

Le bras (**5**) est assimilé au solide représenté sur les **figures 1**, **2** et **3**. Il est constitué de 3 parties :

- Cylindre plein (**51**) : homogène, de hauteur h, de rayon R et de masse m_{51}. Son centre de gravité est en N et d'axe de révolution $(N, \overrightarrow{y_1})$;
- Plaque rectangulaire (**52**) : homogène, de cotés a et b et d'épaisseur négligeable. Sa masse est m_{52} et G_{52} son centre de gravité. La plaque (**52**) est contenue dans le plan $(N, \overrightarrow{x_5}, \overrightarrow{y_1})$;
- Cylindre creux (**53**) : homogène de hauteur h, de rayon intérieur $\frac{R}{2}$ et extérieur R. Sa masse est m_{53} et G_{53} son centre de gravité. L'axe de révolution du cylindre (**53**) est parallèle à celui de (**51**).

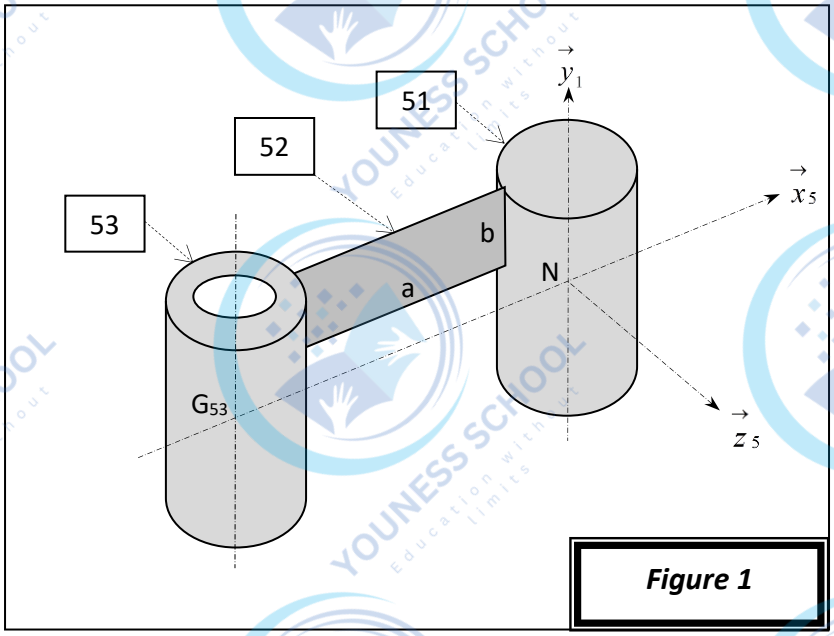


Figure 1

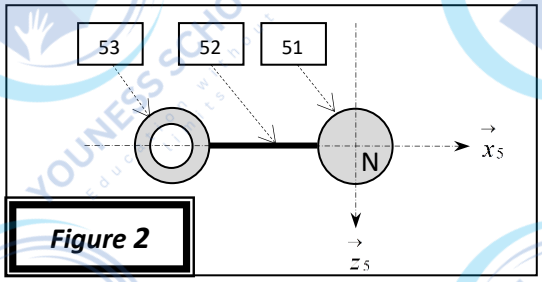


Figure 2

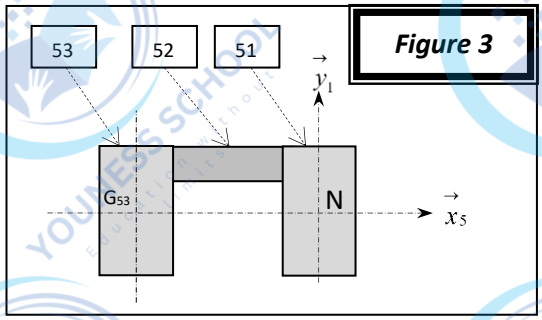


Figure 3

Question 1 : *Détermine, dans le repère* $R_5(N, \overrightarrow{x_5}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_5})$*, la position du centre d'inertie* G_5 *du bras d'orientation (5) en fonction des données.*

Question 2 : *Donner, en justifiant, la forme de la matrice d'inertie de (5) au point N dans la base de* R_5.

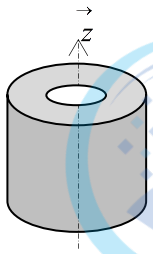
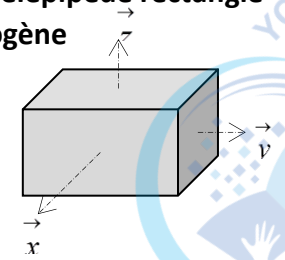
On donne ci-dessous les matrices d'inertie de certains solides usuels, en leur centre de gravité :

Question 3 : Donner dans la base de R_5 :

a) *la matrice d'inertie du cylindre (51) en N ;*
b) *la matrice d'inertie de (52) en son centre d'inertie, puis déduire le moment d'inertie de (52) par rapport à l'axe* $(N, \overrightarrow{y_1})$ *noté* J_{52} *;*
c) *la matrice d'inertie de (53) en son centre d'inertie, puis déduire le moment d'inertie de (53) par rapport à l'axe* $(N, \overrightarrow{y_1})$ *noté* J_{53} *;*

Question 4 : Déduire le moment d'inertie de (5) par rapport à l'axe $(N, \overrightarrow{y_1})$ noté C5.

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515
Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

Cylindre creux et homogène 	$\begin{pmatrix} m(\frac{R^2+r^2}{4}+\frac{h^2}{12}) & 0 & 0 \\ 0 & m(\frac{R^2+r^2}{4}+\frac{h^2}{12}) & 0 \\ 0 & 0 & m(\frac{R^2+r^2}{2}) \end{pmatrix}_{(-,-,\vec{z})}$ m : masse R : rayon extérieur h : hauteur r : rayon intérieur
Parallélépipède rectangle homogène 	$\begin{pmatrix} m\frac{b^2+c^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & m\frac{a^2+c^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{a^2+b^2}{12} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ m : masse a, b et c : longueurs suivant $\vec{x}, \vec{y}$ et $\vec{z}$, respectivement

Exercice 2 : MELANGEUR DE PEINTURE BI-AXIAL

On adopte une modélisation simplifiée du mélangeur faisant montrer la rotation du pot sur lui-même autour de deux axes perpendiculaires.

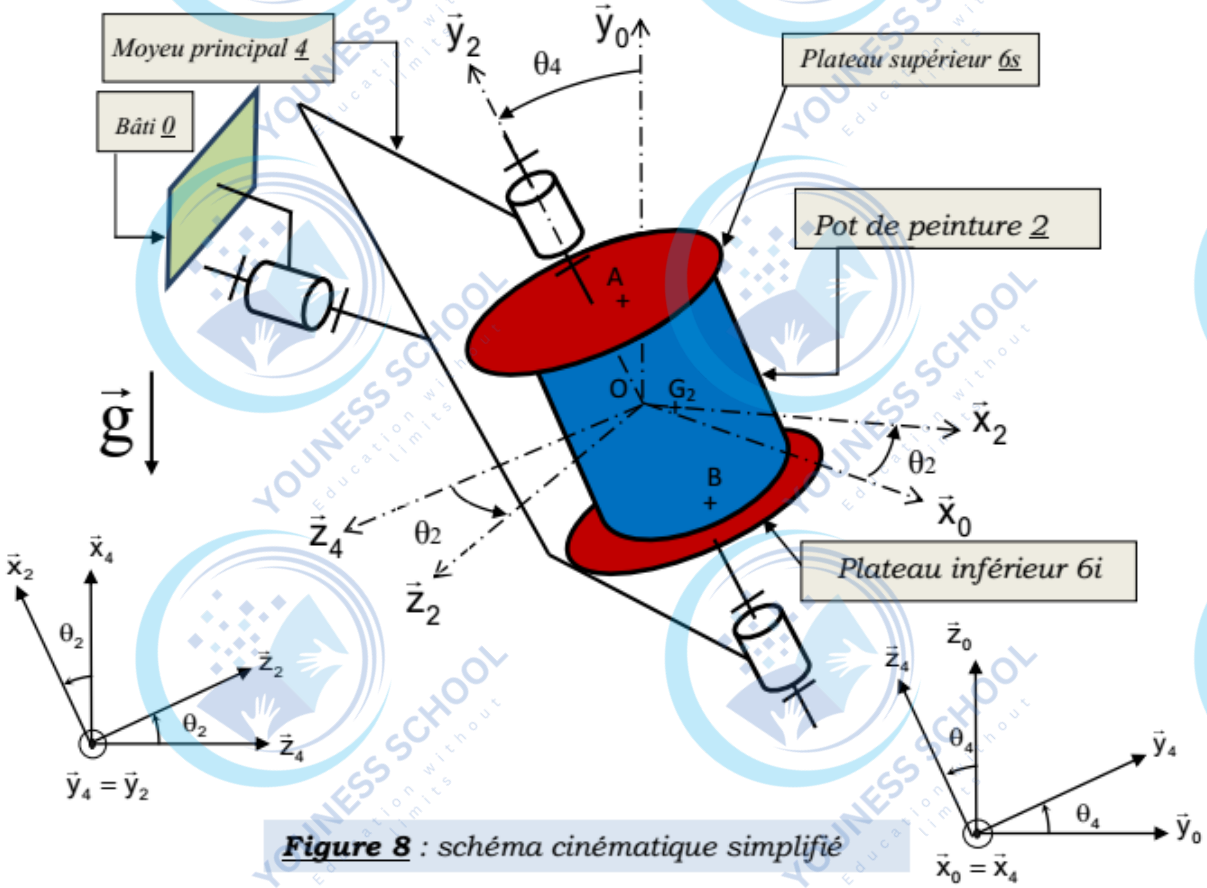


Figure 8 : *schéma cinématique simplifié*

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515
Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

- ✓ Le repère $R_0(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ est lié au bâti (0) et supposé galiléen.
- ✓ Le moyeu principal (4) de masse **m_4** est en liaison pivot parfaite d'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$ avec le bâti. Le repère $R_4(O,\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{z_4})$ est lié à (4), avec $\theta_4 = (\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_4}) = (\overrightarrow{z_0},\overrightarrow{z_4})$; son centre d'inertie est situé sur l'axe de rotation $(O,\overrightarrow{x_4})$.
- ✓ La matrice d'inertie du moyeu principal (4) en O, dans la base $(\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{z_4})$ est défini par :

$$\bar{\bar{I}}_O(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{z_4})}$$

- ✓ L'ensemble (pot + 2 plateaux) est en liaison pivot parfaite d'axe $(O,\overrightarrow{y_4})$ avec le moyeu principal (4). Le repère $R_2(O,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$est lié à cet ensemble, avec $\theta_2 = (\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{z_4},\overrightarrow{z_2})$.

- ✓ On considère le pot(2), de masse M, excentré sur les plateaux, et **G_2** son centre d'inertie tel que $\overrightarrow{OG_2} = a.\overrightarrow{x_2}$
- ✓ Le pot (2) sera considéré comme un cylindre d'axe de révolution $(G_2,\overrightarrow{y_2})$, de matrice d'inertie en G2, dans la base$(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ est défini par : $\bar{\bar{I}}_{G2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})}$
- ✓ Les plateaux (6s) et (6i) seront considérés comme des solides de masse et d'inertie négligeables.
- ✓ L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g.\overrightarrow{y_0}$.

Question 1 : Ecrire au point O les torseurs cinématiques suivants ${}_O\{\vartheta_{(2/4)}\}$, ${}_O\{\vartheta_{(4/0)}\}$ et ${}_O\{\vartheta_{(2/0)}\}$.

Question 2 : Déterminer la matrice d'inertie du pot (2) en O dans la base $(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ en indiquant le théorème utilisé.

Pour la suite, on considérera que la matrice d'inertie du pot (2) est de la forme $\bar{\bar{I}}_O(2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})}$

Question 3 : Déterminer le moment cinétique, au point G_2, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 : $\vec{\sigma}_{(G2,2/R_0)}$

Question 4 : Déterminer le moment cinétique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 : $\vec{\sigma}_{(O,2/R_0)}$

Question 5 : Déterminer la projection sur $\overrightarrow{x_0}$ du moment dynamique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 : $\overrightarrow{x_0}.\vec{\delta}_{(O,2/R_0)}$.

Question 6 : Donner la projection sur $\overrightarrow{x_0}$ du moment dynamique, au point O, du moyeu (4) dans son mouvement par rapport au repèreR0 : $\overrightarrow{x_0}.\vec{\delta}_{(O,4/R_0)}$.

On note E l'ensemble en mouvement/R_0 : E= {4+2}.

Question 7 **:** Déterminer l'énergie cinétique de E dans son mouvement par rapport à R0.

Exercice 3 : Arbre d'extraction de polyane

Lors de la phase d'entraînement de l'arbre d'extraction de polyane noté arbre (S), le moteur est mis en rotation et le solide (S) tourne par rapport au bâti (0) supposé galiléen.

La solution retenue concernant la chaîne de transmission de puissance est représentée par le schéma cinématique de **la figure (10).**

Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515
Pour toute demande/question, merci de nous contacter sur WTSP au : +212 625-197515

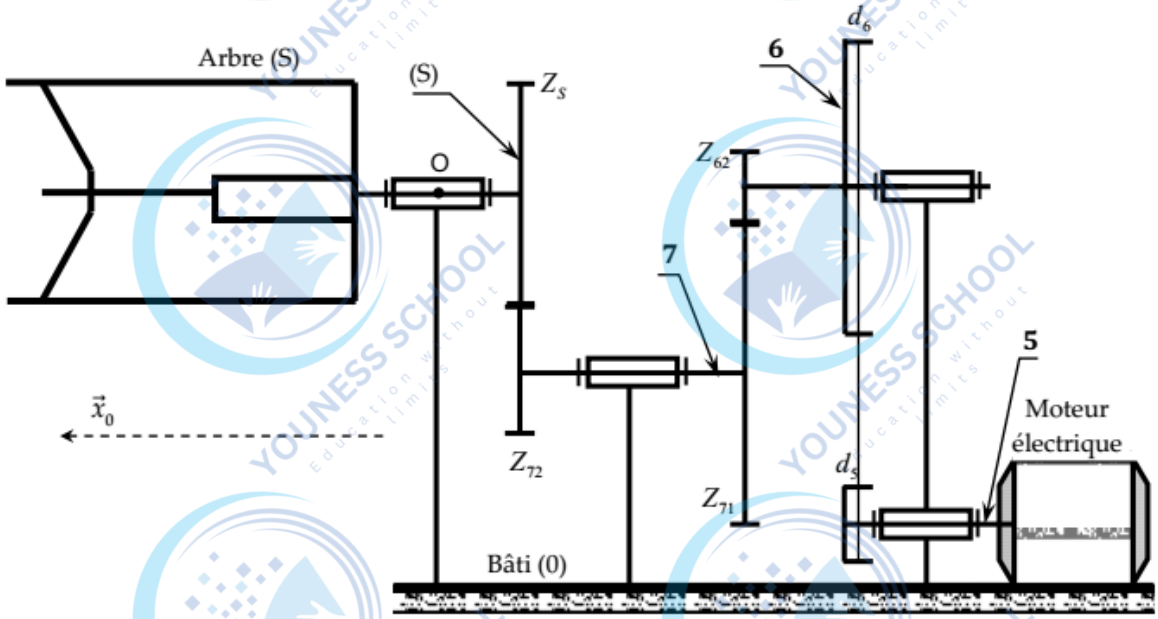
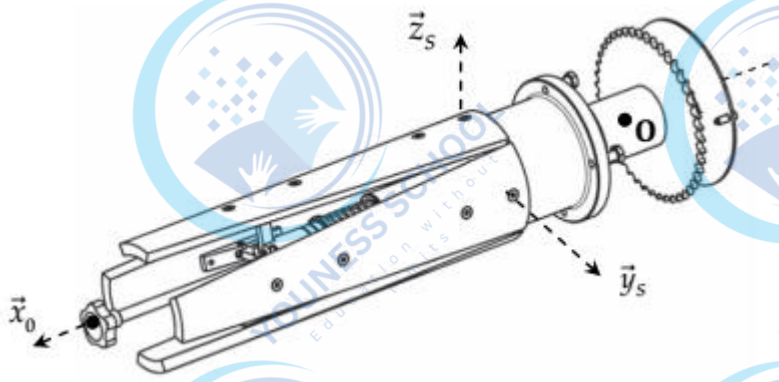


Figure 10 : Schéma de la transmission de puissance de rotation de l'arbre.

D'autres données sont indiquées dans le tableau suivant :

Solide	Fréquence de rotation	Moment d'inertie ramené à son axe de rotation	Caractéristiques des roues
(5)	$\omega_m = \omega_5$	J_m	Diamètre de la poulie 5 : d_5
(6)	ω_6	J_6	Diamètre de la poulie: d_6 Nombre de dents: Z_{62}
(7)	ω_7	J_7	Nombres de dents: Z_{71} et Z_{72}
(S)	ω_S	J_S	Nombres de dents: Z_S

Question 4-1 : En observant la vue en perspective ci-dessous du bloc (S), donner la forme de sa matrice d'inertie au point O.



Question 4-2 : Déterminer, en fonction des données du tableau précédent, les expressions des rapports des vitesses indiqués sur le tableau ci-dessous.

$k_{65} = \frac{\omega_6}{\omega_m} =$	$k_{76} = \frac{\omega_7}{\omega_6} =$	$k_{S7} = \frac{\omega_S}{\omega_7} =$	$k = \frac{\omega_S}{\omega_m} =$

Question 4-3 : Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble (Σ) composé des éléments (5, 6, 7, S) par apport au bâti (0) noté T (Σ/ 0).

Question 4-4 : Déterminer Je : le moment d'inertie équivalent à (Σ) ramené sur l'arbre moteur.