8

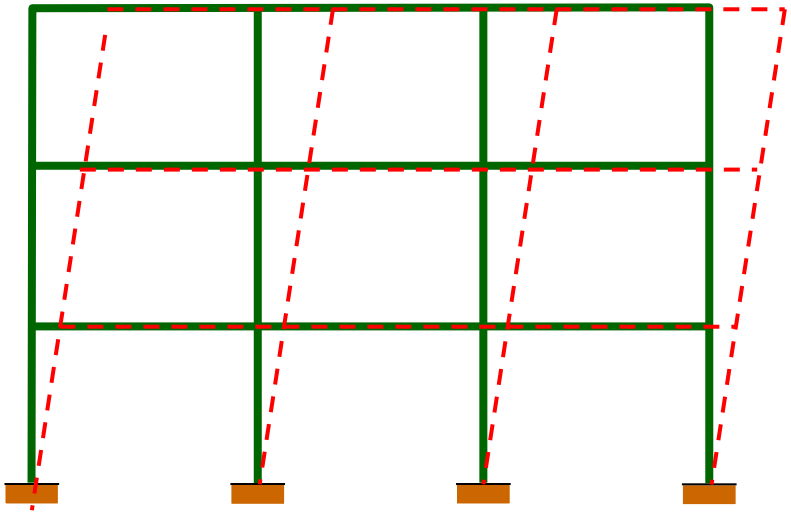
Slender Column 3

- Nonsway & Sway Frame
- Stability Index (Q)
- Moment Magnified Method for Sway Frame

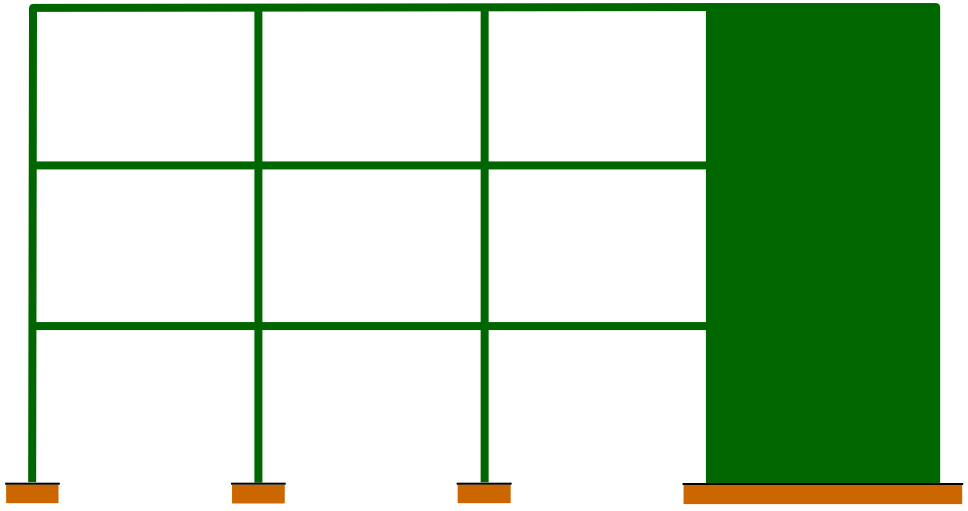
โดย ผศ.ดร.มงคล จิรวัชรเดช

โครงที่มีค้ำยันต้านการเซด้านข้าง

สำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก การค้ำยันเพื่อต้านทานการเซด้านข้าง สามารถทำได้โดยใช้ผนังเฉือน



โครงที่ไม่มีการค้ำยัน



โครงที่มีการค้ำยันโดยผนังเฉือน

ACI กำหนดให้พิจารณาเป็นเสาถูกยึดรั้งต้านทานการเซ เมื่อองค์อาคารยึดรั้งมีสติฟเนสต้านทานการโยกตัวด้านข้างในชั้นอย่างน้อย **12** เท่าของสติฟเนสของเสาทั้งหมดในชั้น

Stability Index (Q)

The stability index can be used to determine if a particular story in a frame structure should be called braced or unbraced. The stability index may be calculated as

$$Q = \frac{\Sigma P_u \Delta_o}{V_u \ell_c}$$

Where $\Sigma P_u =$ sum of factored vertical loads for the story in question

$V_u =$ total horizontal story shear

$\Delta_o =$ first-order relative lateral deflection between top and bottom of that story due to V_u

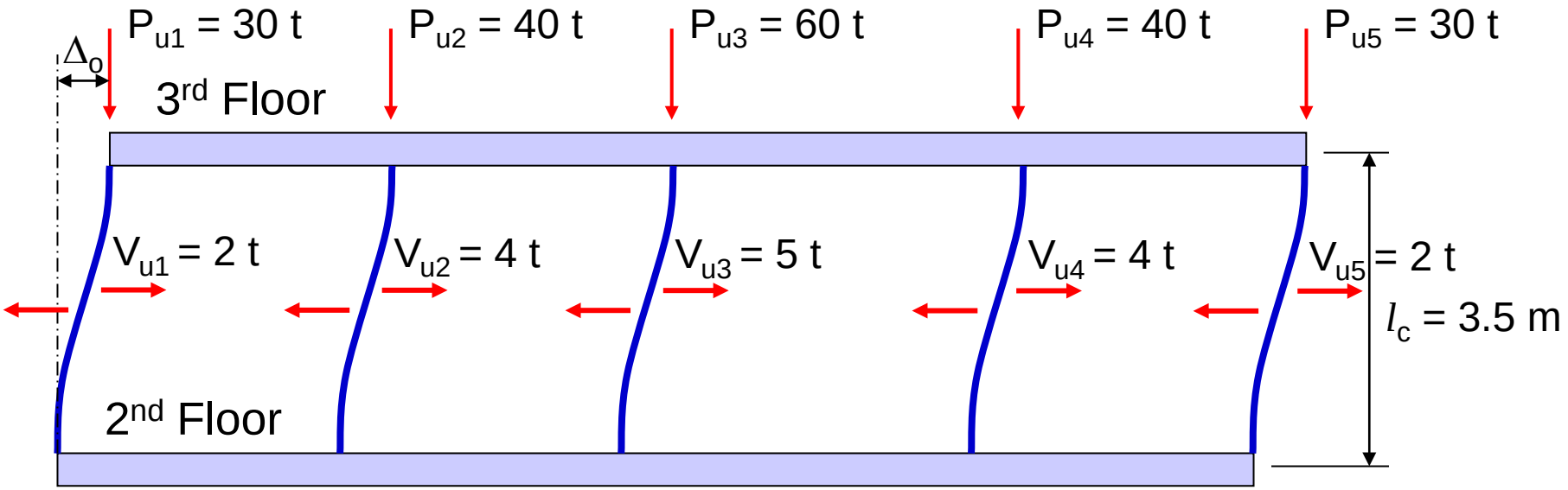
$\ell_c =$ story height measured center-to-center of the joints

$Q \leq 0.05 \longrightarrow$ Story is braced

$Q > 0.05 \longrightarrow$ Story is unbraced

EXAMPLE 2: Compute Stability Index Q

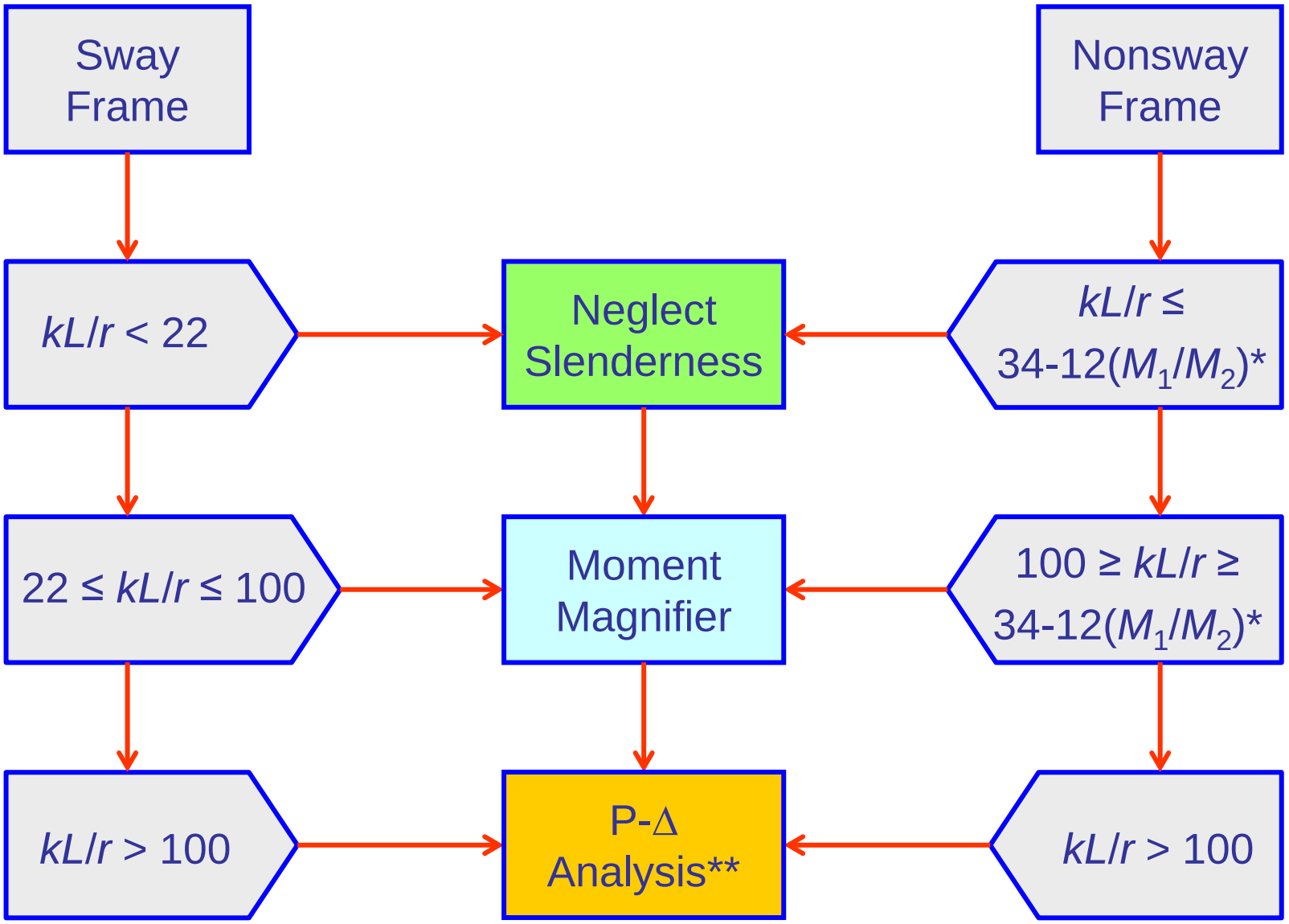
ผลการวิเคราะห์โครงสร้างอาคารระหว่างชั้นที่ 2 และ 3 ได้ระยะโยกและแรงดังแสดงในรูป จงพิจารณาว่าเป็นโครงที่มีการเซหรือไม่ โดยการตรวจสอบค่าดัชนีเสถียรภาพ



Δ_o = 1.5 cm

$$Q = \frac{\Sigma P_u \Delta_o}{V_u \ell_c} = \frac{(30+40+60+40+30)\times 1.5}{(2+4+5+4+2)\times 350}$$

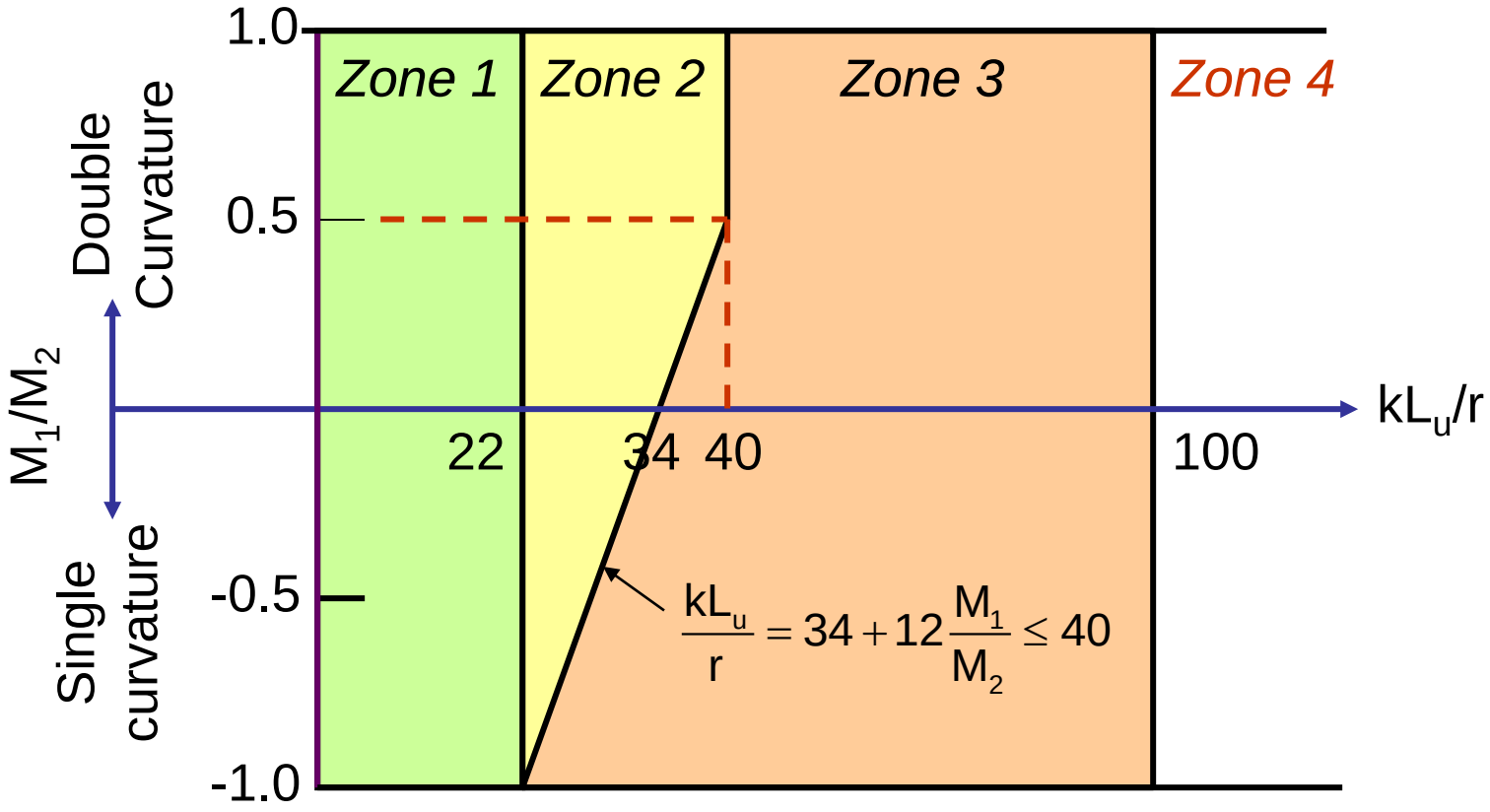
$$= 0.05 \leq 0.05$$ เป็นโครงที่ไม่มีการเซ



*$34 - 12(M_1/M_2) \leq 40$

**Permitted for any slenderness ratio

การแบ่งประเภทเสาตามความชะลูดและการรับโมเมนต์ดัด



Zone 1 : Neglect slenderness, nonsway and sway frames

Zone 2 : Neglect slenderness, nonsway frames

Zone 3 : Consider slenderness, moment magnifier method

Zone 4 : Consider slenderness, second-order(P-Δ) analysis

Moment Magnification Method

ACI-318

Sway Frames

The magnified moments are added to the unmagnified nonsway moments M_{ns} at each end of the column

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

where M_1 = smaller factored end moment

M_2 = larger factored end moment

M_{1ns} = factored end moment at which M_1 acts, due to nonsway load, calculated by first-order elastic frame analysis

M_{2ns} = factored end moment at which M_2 acts, due to nonsway load, calculated by first-order elastic frame analysis

M_{1s} = factored end moment at which M_1 acts, due to sway load, calculated by first-order elastic frame analysis

M_{2s} = factored end moment at which M_2 acts, due to sway load, calculated by first-order elastic frame analysis

Moment Magnification Method

ACI-318

Sway Frames

δ_s = moment magnification factor for frame not braced against sidesway, to reflect lateral drift resulting from lateral loads

Magnification factor δ_s shall be calculated by (a), (b) or (c).

If $\delta_s > 1.5$ only (b) or (c) shall be permitted:

(a) $$\delta_s = \frac{1}{1-Q} \geq 1.0$$ **Q Method**

(b) $$\delta_s = \frac{1}{1-\frac{\Sigma P_u}{0.75\Sigma P_c}} \geq 1.0$$ **Sum of P concept**

(c) Second-order elastic analysis **P–Δ Analysis**

where ΣP_u = summation of all the factored vertical loads in a story

ΣP_c = summation for all sway-resisting columns in a story

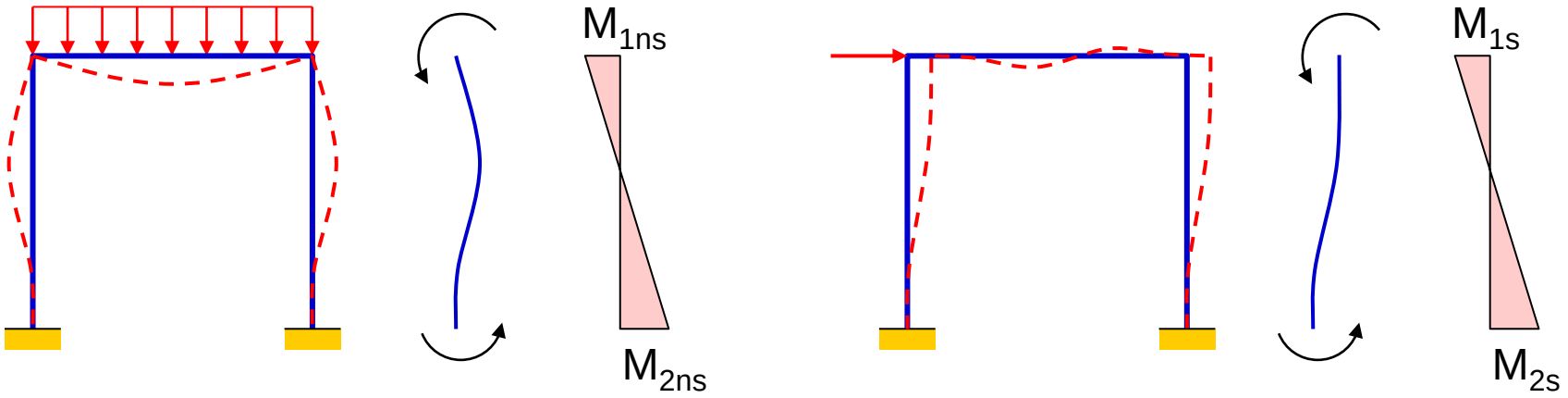
การขยายค่าโมเมนต์ในโครงที่มีการเซด้านข้าง

คำนวณโมเมนต์ขยายค่าที่ปลายทั้งสอง M_1 และ M_2 :

โมเมนต์ที่ใช้ออกแบบ M_c — ค่าที่มากกว่าระหว่าง

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$



M_{1ns} และ M_{2ns} คือโมเมนต์ดัดในโครงไม่มีการเซรับน้ำหนักบรรทุก

M_{1s} และ M_{2s} คือโมเมนต์ดัดในโครงที่มีการเซรับแรงด้านข้าง

EXAMPLE : Design of a slender column in a sway frame

Use data from nonsway frame and loads per floor of all column at the level of C1 are:

ΣP_u = 1600 ton V_u = 40 ton $M_{1,\,wind}$ = ±9 t-m

ΣP_c = 9778 ton Δ_o = 3 cm $M_{2,\,wind}$ = ±12 t-m

Stability index:

$$Q = \frac{\Sigma P_u \Delta_o}{V_u \ell_c} = \frac{1600 \times 3}{40 \times 400} = 0.3$$

Since Q > 0.05, sway analysis is required.

ตัวคูณขยายกำลัง δ_s

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} = \frac{1}{1-0.3} = 1.43$$

คำนวณโมเมนต์:

M_{1ns} = 1.4(-.25)+1.7(10) = 16.7 t-m

M_{2ns} = 1.4(.25)+1.7(12) = 20.8 t-m

M_{1s} = 1.7(9) = 15.3 t-m

M_{2s} = 1.7(12) = 20.4 t-m

Total magnified moments:

M_1 = 16.7 + 1.43(15.3) = 38.6 t-m

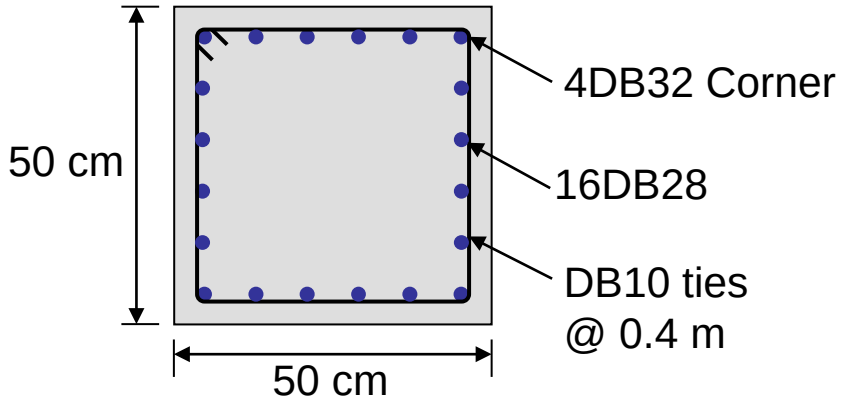
M_2 = 20.8 + 1.43(20.4) = 50.0 t-m

$$\frac{P_u}{\phi f'_c A_g} = \frac{276}{0.7 \times 0.28 \times 2500} = 0.56$$

$$\frac{M_u}{\phi f'_c A_g h} = \frac{50.0(100)}{0.7 \times 0.28 \times 2500 \times 50} = 0.20$$

$$\rho_g = 0.75 \times 0.85 \times 280 / 4000 = 0.045$$

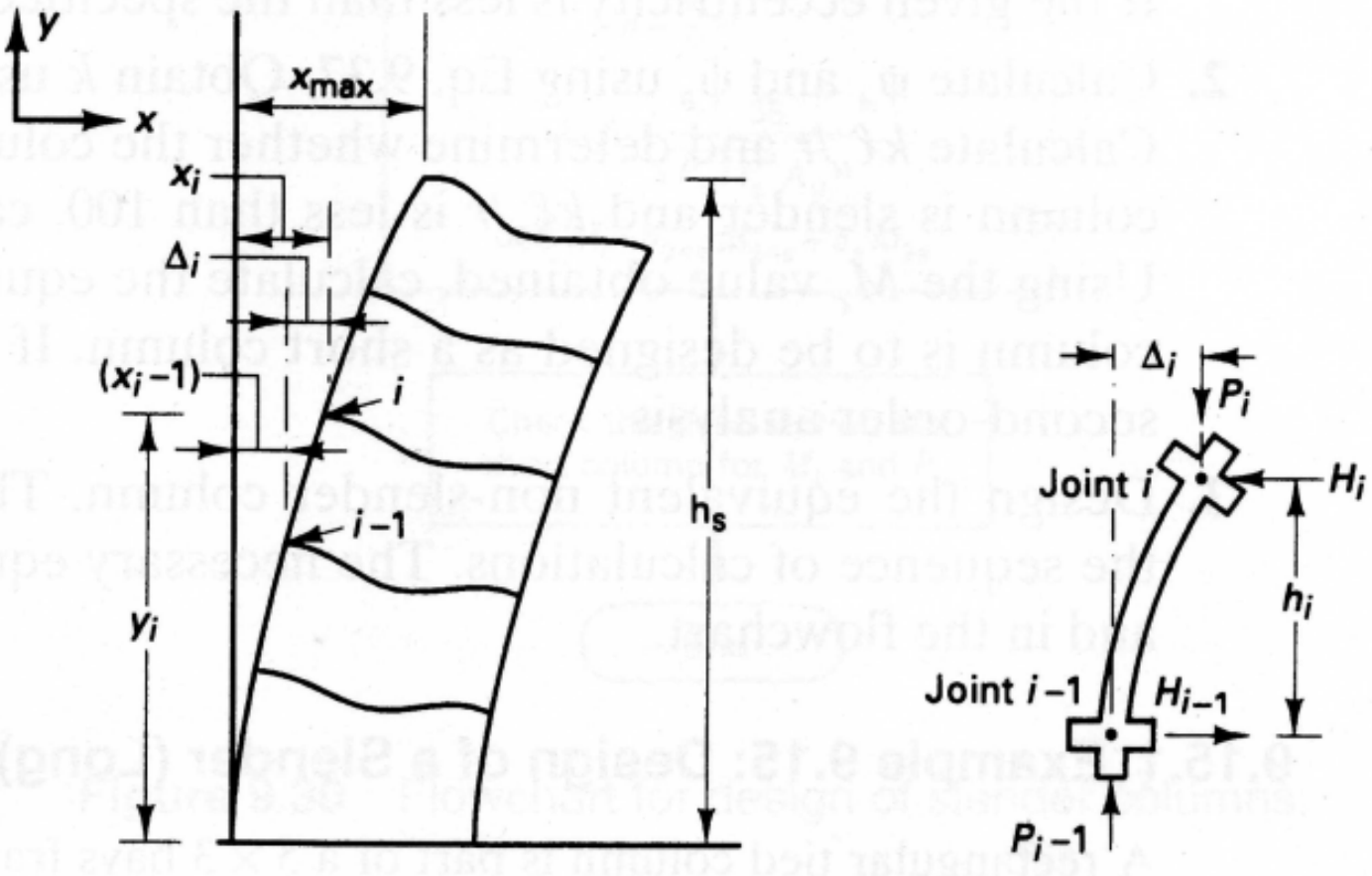
$A_{st} = 0.045 \times 2500 = 112$ cm^2 **(4DB32+16DB28)**



Second-Order Frames Analysis: P-Δ Effect

Include internal forces resulting from deflection of column.

Deflections is computed based on reduced stiffness *EI* of the cracked sections.



Large majority of columns do not need 2nd-order analysis since ***kL/r*** in most cases below **100**.

ค่าสัมประสิทธิ์เสถียรภาพ (stability coefficient, θ)

มยผ.1302

ผลของ P-Delta หากมีมากเกินไปอาจส่งผลต่อเสถียรภาพของโครงสร้าง จึงต้องตรวจสอบโดยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์เสถียรภาพ ดังนี้

$$\theta = \frac{P_x \Delta}{V_x h_{sx} C_d}$$

โดยที่

P_x คือ น้ำหนักอาคารในแนวดิ่งทั้งหมด ที่ระดับชั้น x และเหนือขึ้นไป การคำนวณค่า **P_x** ไม่ต้องใช้ตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกมากกว่า 1

Δ คือ การเคลื่อนตัวด้านข้างสัมพัทธ์ระหว่างชั้นของระดับชั้น x ที่เกิดจากแรงเฉือน**V_x**

V_x คือ แรงเฉือนที่เกิดจากแรงแผ่นดินไหวระหว่างระดับชั้น x และ x-1

h_{sx} คือ ความสูงของระดับชั้น x

C_d คือ ตัวประกอบขยายการโก่งตัว

ค่าสัมประสิทธิ์เสถียรภาพ (stability coefficient, θ)

มยผ.1302

ค่าสัมประสิทธิ์เสถียรภาพต้องมีค่าไม่เกิน θ_{max} ดังนี้

$$\theta_{max} = \frac{0.5}{\beta C_d} \leq 0.25$$

โดยที่

β คือ อัตราส่วนแรงเฉือนที่เกิดขึ้นต่อกำลังเฉือนระหว่างระดับชั้น x และ x-1 ซึ่งอาจใช้ค่าที่ปลอดภัยเท่ากับ 1

การพิจารณาผลของ P-Delta :

- $\theta < 0.10$ → ไม่ต้องพิจารณา P-Delta
- $0.10 < \theta < \theta_{max}$ → ต้องพิจารณา P-Delta
- $\theta > \theta_{max}$ → มีโอกาสเสียเสถียรภาพ ต้องออกแบบใหม่

มยผ.1302

หน้าที่ 63

หากค่า θ_{max} มีค่ามากกว่า 2.5 ให้กำหนดค่า θ_{max} เท่ากับ 2.5

ASCE 7-05

Page 132

The stability coefficient (θ) shall not exceed θ_{max} determined as follows:

$$\theta_{max} = \frac{0.5}{\beta C_d} \leq 0.25 \qquad (12.8\text{-}17)$$

มยผ.1301/1302-61

หน้าที่ 72

หากค่า θ_{max} มีค่ามากกว่า 0.25 ให้กำหนดค่า θ_{max} เท่ากับ 0.25

การวิเคราะห์ผลของ P-Delta

เมื่อ $0.10 < \theta < \theta_{max}$ → ต้องพิจารณา P-Delta

■ Amplification Factor P-Delta Analysis

โดยใช้ค่า $1/(1-\theta)$ คูณค่าแรงและการเคลื่อนตัวในองค์อาคาร

$$\Delta^* = \frac{1}{1-\theta}\Delta$$

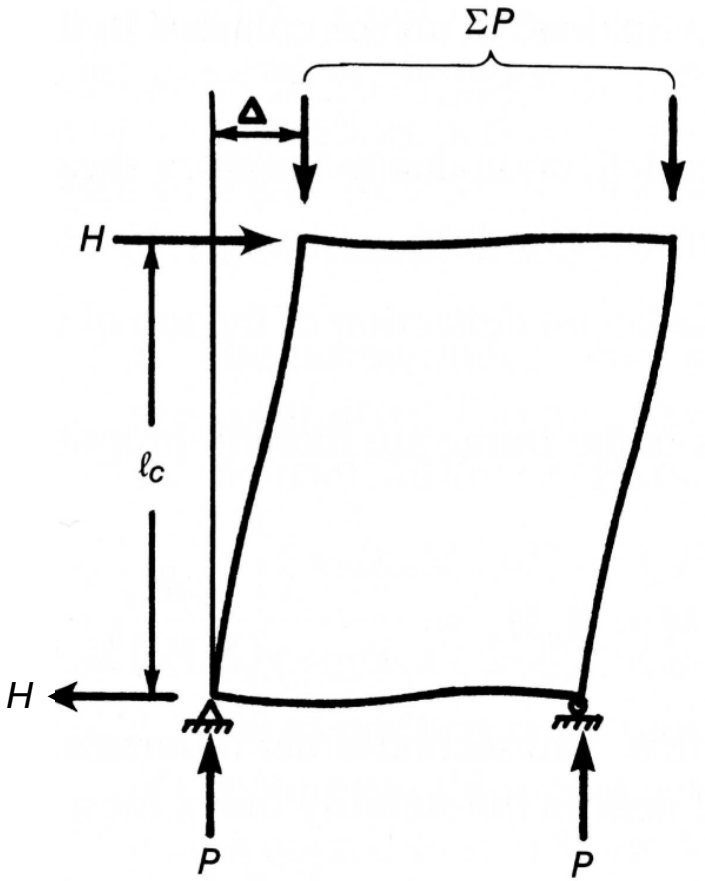
$$M^* = \frac{1}{1-\theta}M$$

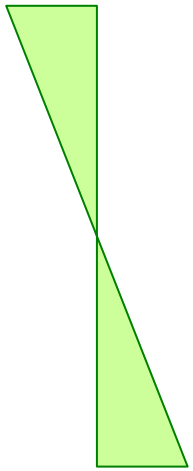
■ Iterative P-Delta Analysis

ในกรณีที่ทำการวิเคราะห์ P-Delta โดยตรงโดย ให้ใช้ค่า $(1+\theta)$ หารค่า θ ที่คำนวณได้ก่อนแล้วนำค่าดังกล่าวไปตรวจสอบกับค่า θ_{max}

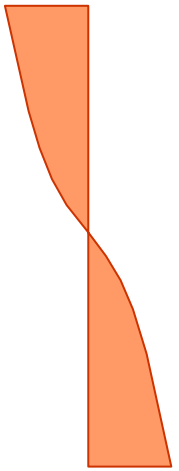
Iterative *P-Δ* Analysis

เมื่อแรงในแนวราบ H ทำให้โครงโยกตัว Δ → น้ำหนักบรรทุก ΣP เยื้องศูนย์ ทำให้เกิดโมเมนต์เพิ่มขึ้น





$H\ell$ Moments

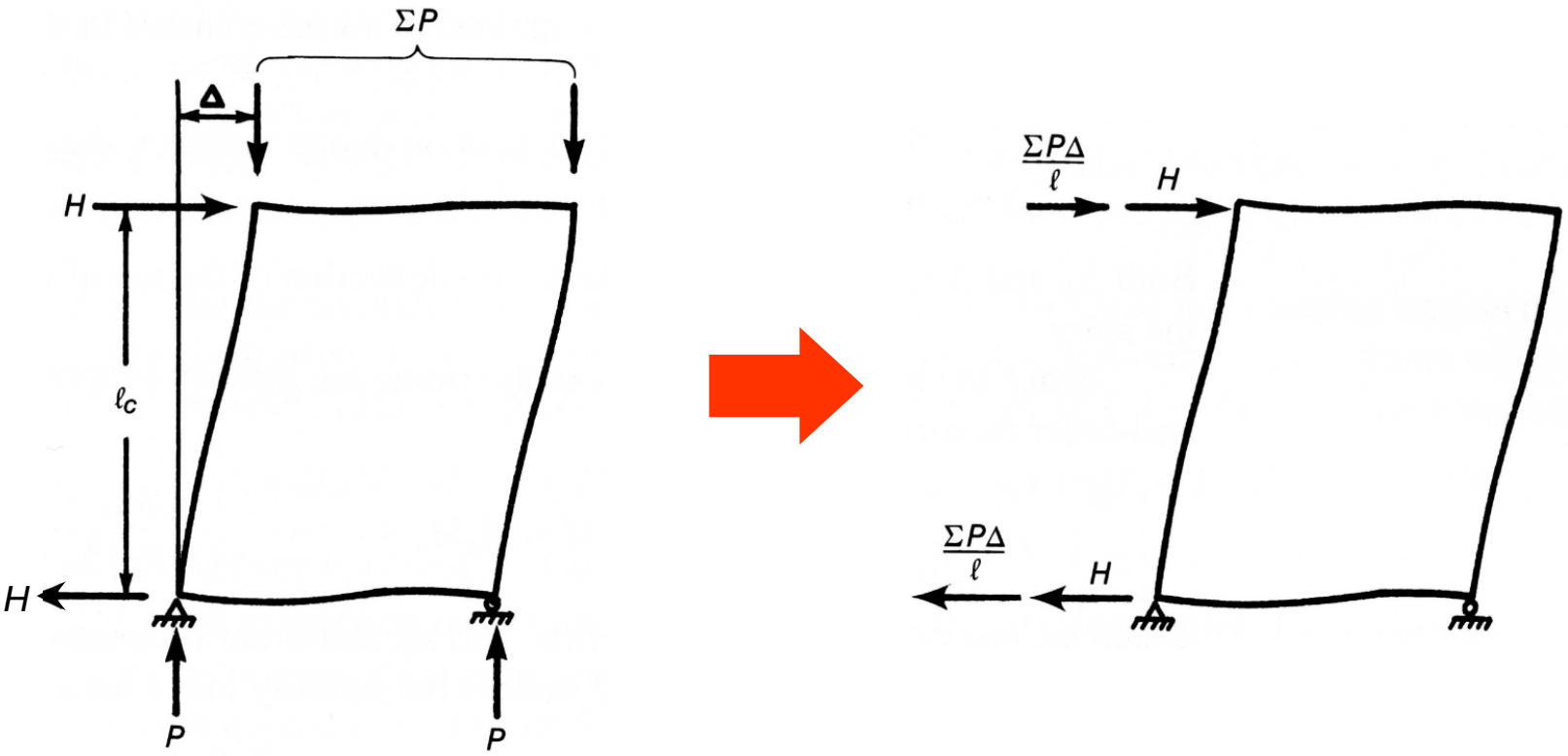


$P-\Delta$ Moments

ผลรวมโมเมนต์ที่ปลายเสา :

$$\Sigma\,(M_{top} + M_{buttom}) = H\,\ell_c + \Sigma P\Delta$$

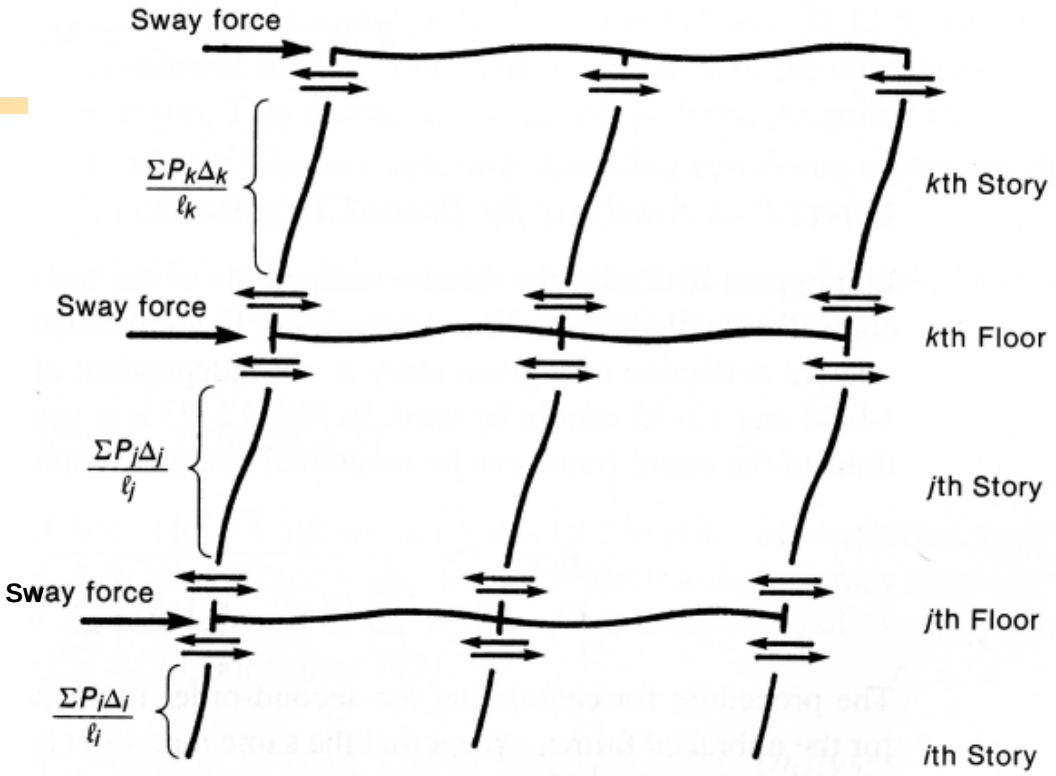
Iterative *P-Δ* Analysis



แทนค่าโมเมนต์ $\Sigma P\Delta$ ด้วยแรงคู่ควบในแนวราบ $\Sigma P\Delta / \ell_c$

Iterative *P-Δ* Analysis

ผลรวมของแรงในแนวราบจากเสาด้านบนและด้านล่างของแต่ละชั้นจะได้แรงโยก **(Sway force)** ที่ชั้นนั้น



แรงโยกที่ชั้น **j** เท่ากับ

$$\text{sway force}_j = \frac{(\Sigma P_i)\Delta_i}{\ell_i} - \frac{(\Sigma P_j)\Delta_j}{\ell_j}$$

P-Δ Interactive Procedure

Lateral load, *H*

Structure

Analysis

Lateral deflection, Δ

Sway force

yes

If Δ change > 5%

no

Finish

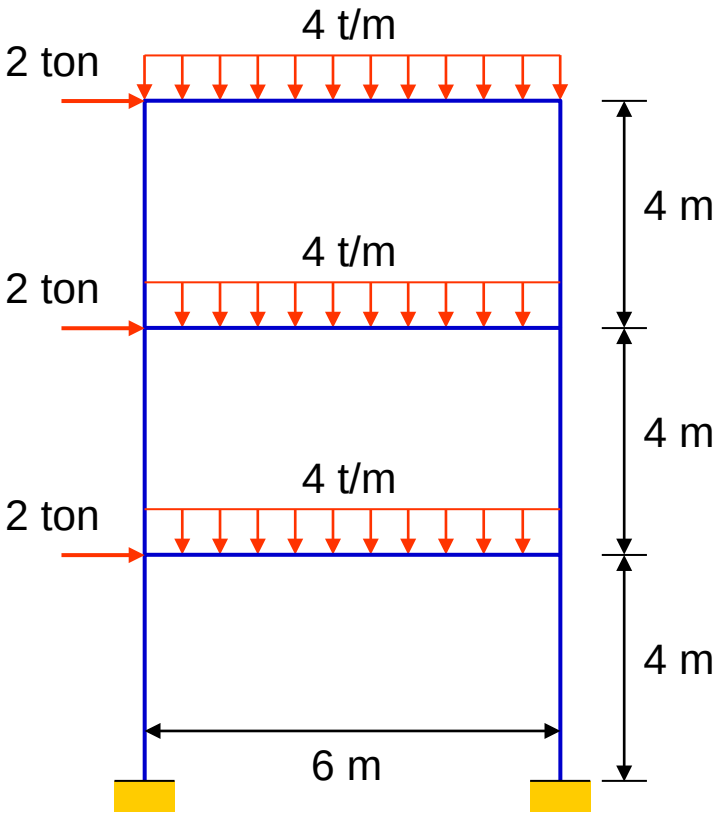
Lateral deflection, Δ

Lateral load, *H*
+ Sway force

Structure

Reanalyze

EXAMPLE 2 : Iterative P-Δ Analysis



Beam size = 0.3 m x 0.5 m

Column size = 0.3 m x 0.3 m

$K_{col} = 12(\Sigma EI)_{col}/h^3$

$= 12(2.3\times10^5)(2/12)(30^4)/400^3$

$= 5{,}822$ kg/cm

$K_{beam} = 12(\Sigma EI/L)_{beam}/h^2$

$= 12(2.3\times10^5)(30x50^3/12)/800/400^2$

$= 6{,}738$ kg/cm

$\Delta = V(1/K_{col} + 1/K_{beam})$

1st Iteration:

(lateral force only)

Floor	Force	Shear	Δ
3	2,000	2,000	0.64
2	2,000	4,000	1.28
1	2,000	6,000	1.92

ΣΔ = 3.84 cm

ตรวจสอบว่าต้องวิเคราะห์ P-Δ หรือไม่?

โครงต้านแรงดัดคอนกรีตเสริมเหล็กแบบธรรมดา **$C_d = 2.5$**

น้ำหนักอาคารแต่ละชั้น = (4 t/m) (6 m) = 24 tons

คำนวณค่าสัมประสิทธิ์เสถียรภาพ $\theta = \dfrac{P_x \Delta}{V_x h_{sx} C_d}$

Floor	h_{sx}	P_x	V_x	Δ	θ
3	1200	24,000	2,000	0.64	**0.00256**
2	800	48,000	2,000	1.28	**0.01536**
1	400	72,000	2,000	1.92	**0.06912**

≈ 0.10 **P-Δ Analysis**

$$\theta_{max} = \frac{0.5}{\beta C_d} = \frac{0.5}{(1.0)(2.5)} = 0.20 < 0.25$$

OK

P-Δ Analysis

$$\text{sway force}_j = \frac{(\Sigma P_i)\Delta_i}{\ell_i} - \frac{(\Sigma P_j)\Delta_j}{\ell_j}$$

น้ำหนักแต่ละชั้น :

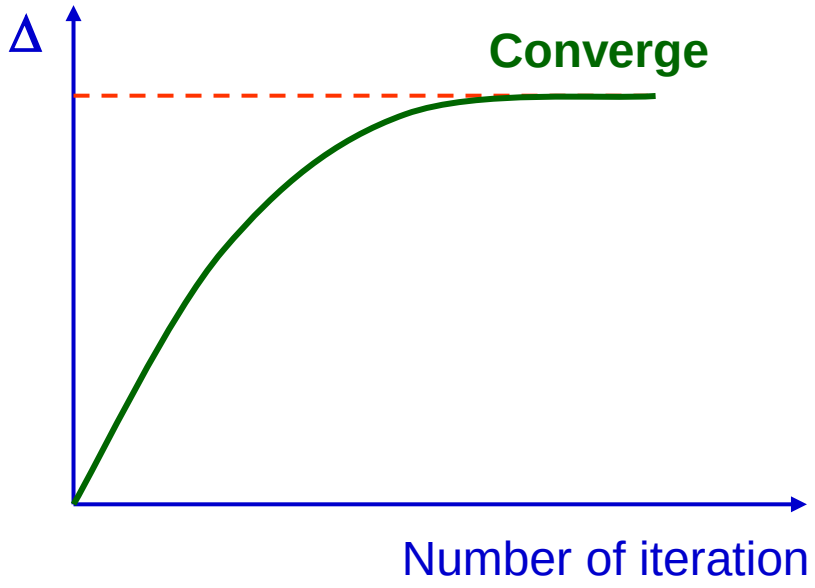
P_i = 4 x 6 = 24 ton, l = 400 cm

Floor	Δ	ΣP	$(\Sigma P\Delta/L)_i$	$(\Sigma P\Delta/L)_j$	Sway Force	Force
3	0.64	24,000	38.4	0	38.4	2,038
2	1.28	48,000	76.8	-38.4	38.4	2,038
1	1.92	72,000	115.2	-76.8	38.4	2,038

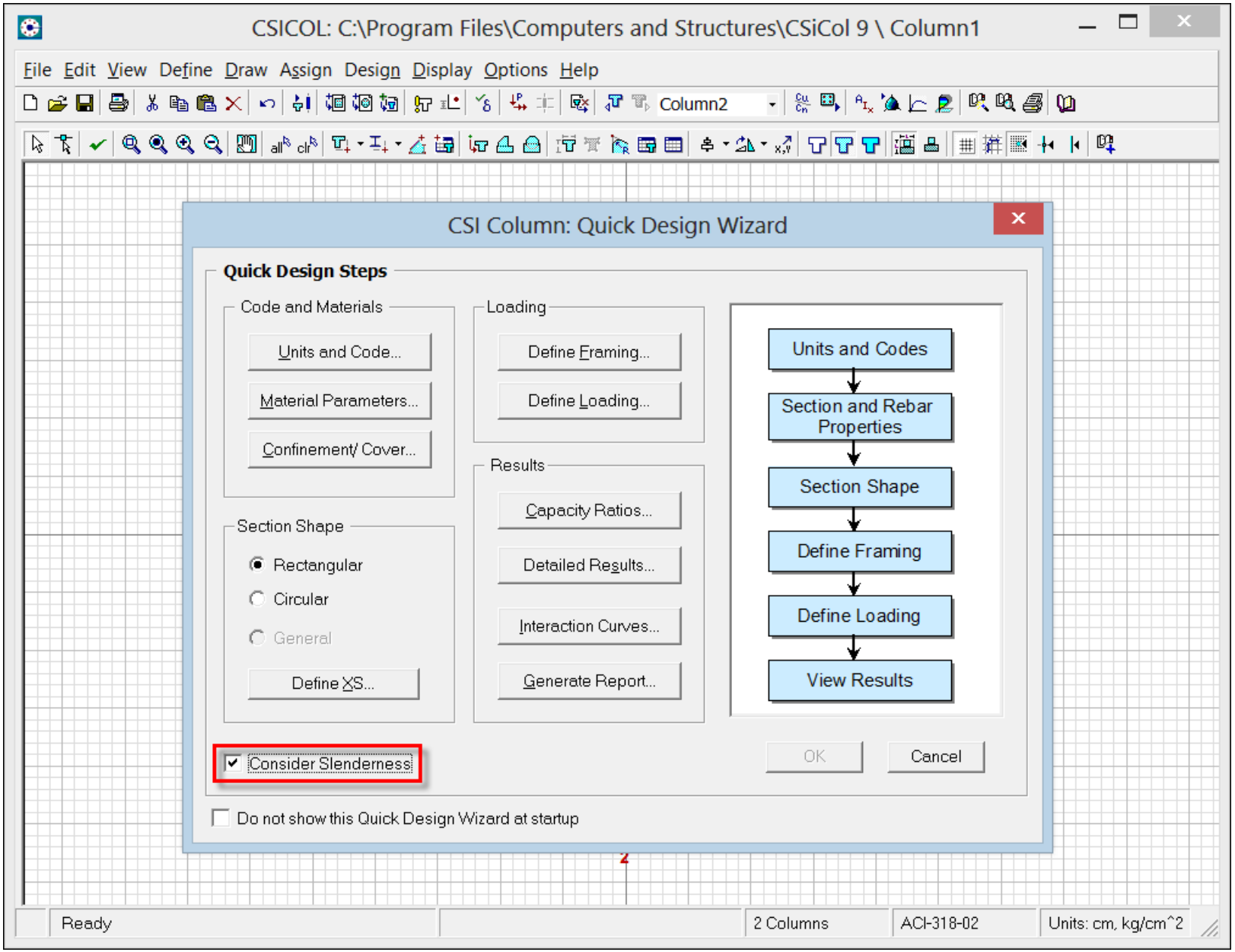
2nd Iteration:

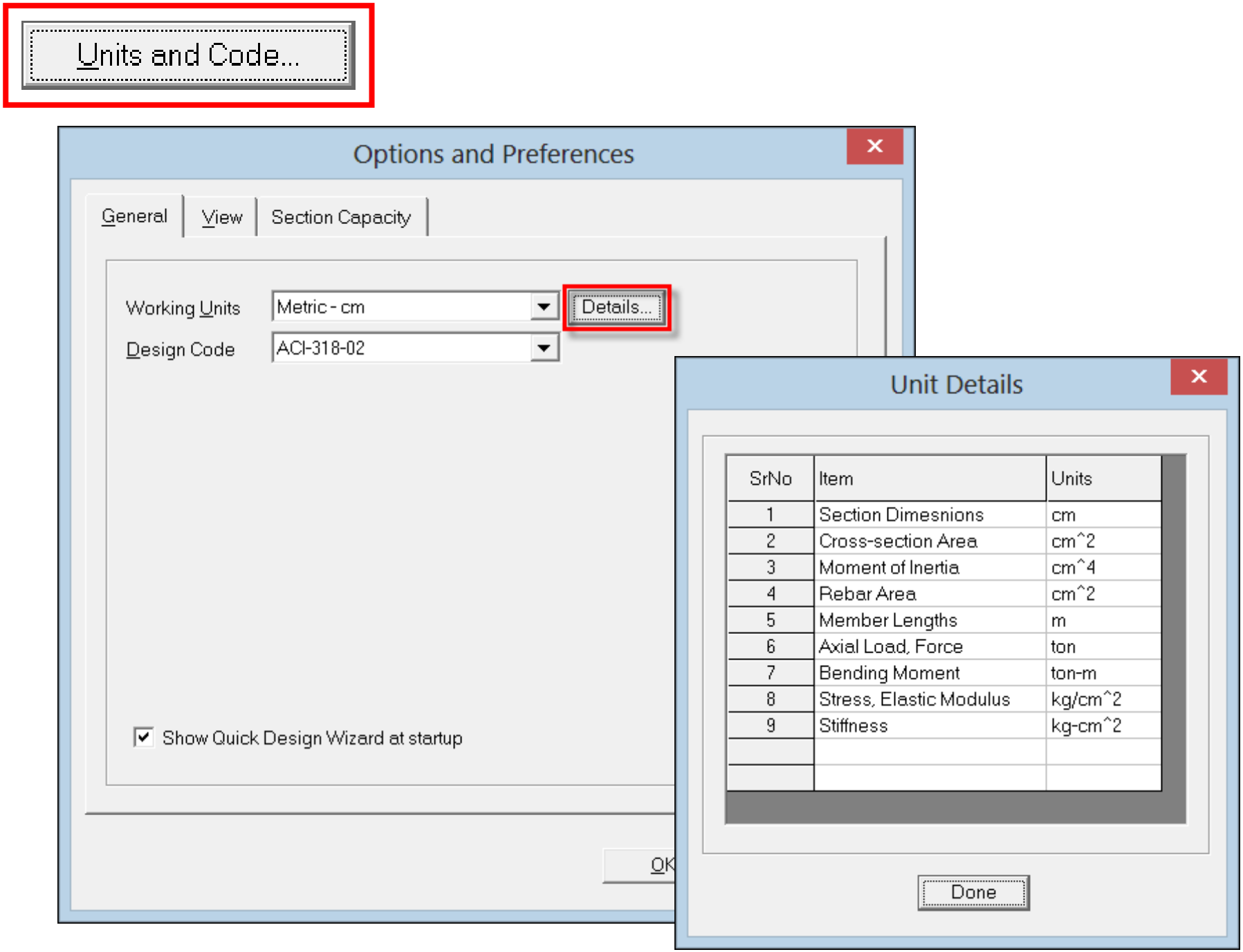
Floor	Force	Shear	Δ
3	2,038	2,038	0.65
2	2,038	4,076	1.31
1	2,038	6,114	1.96

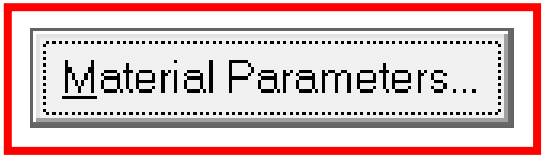
ΣΔ = 3.92 cm



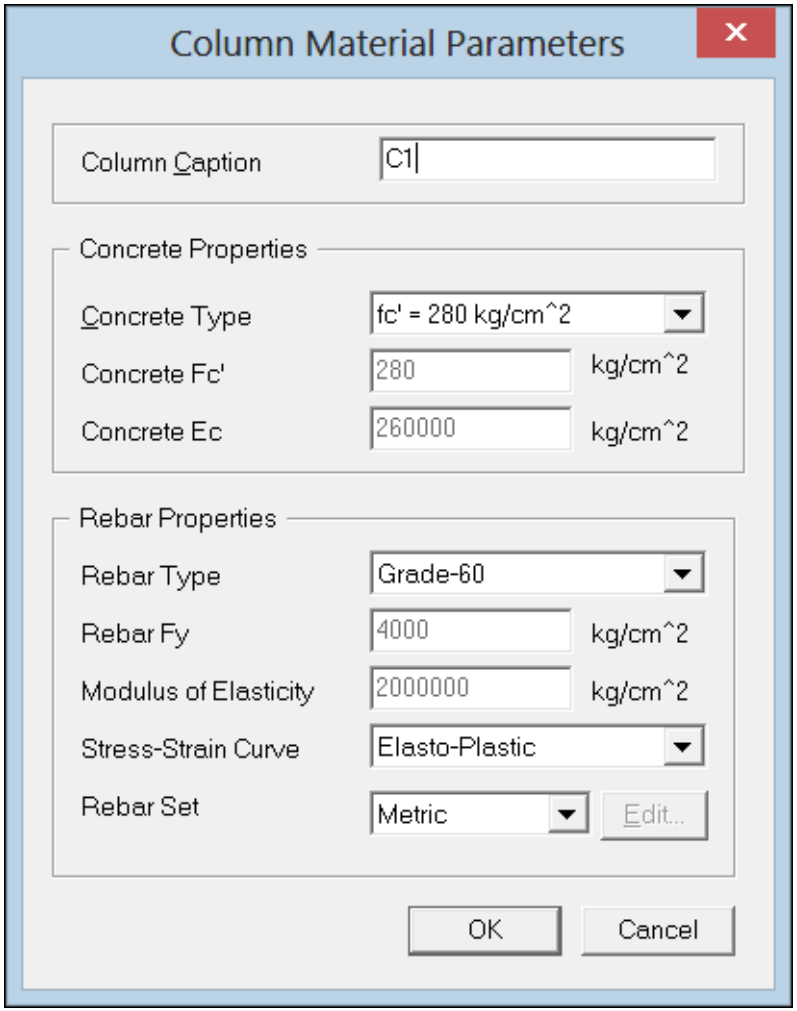
Slender Column Design by CSICOL V9

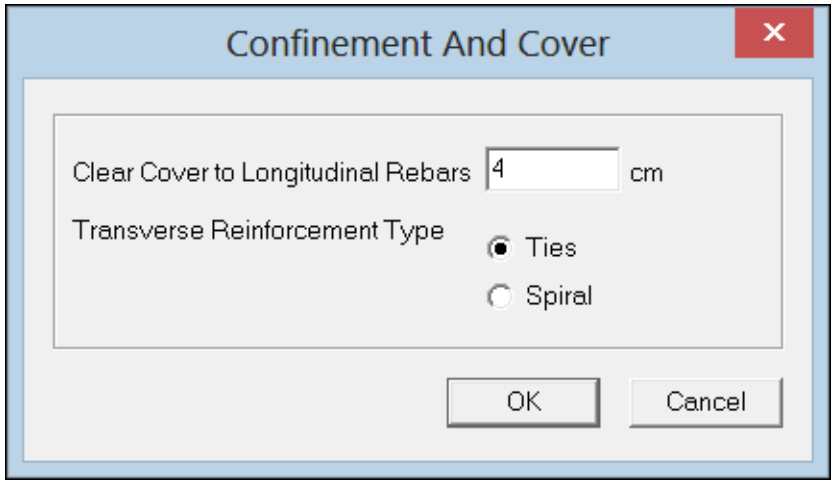



Units and Code...
Options and Preferences
General
View
Section Capacity
Working Units
Metric - cm
Details...
Design Code
ACI-318-02
Show Quick Design Wizard at startup
OK
Unit Details
SrNo
Item
Units
1
Section Dimesnions
cm
2
Cross-section Area
cm^2
3
Moment of Inertia
cm^4
4
Rebar Area
cm^2
5
Member Lengths
m
6
Axial Load, Force
ton
7
Bending Moment
ton-m
8
Stress, Elastic Modulus
kg/cm^2
9
Stiffness
kg-cm^2
Done


Material Parameters...

Confinement/ Cover...


Column Material Parameters
Column Caption
C1
Concrete Properties
Concrete Type
fc' = 280 kg/cm^2
Concrete Fc'
280
kg/cm^2
Concrete Ec
260000
kg/cm^2
Rebar Properties
Rebar Type
Grade-60
Rebar Fy
4000
kg/cm^2
Modulus of Elasticity
2000000
kg/cm^2
Stress-Strain Curve
Elasto-Plastic
Rebar Set
Metric
Edit...
OK
Cancel


Confinement And Cover
Clear Cover to Longitudinal Rebars
4
cm
Transverse Reinforcement Type
Ties
Spiral
OK
Cancel

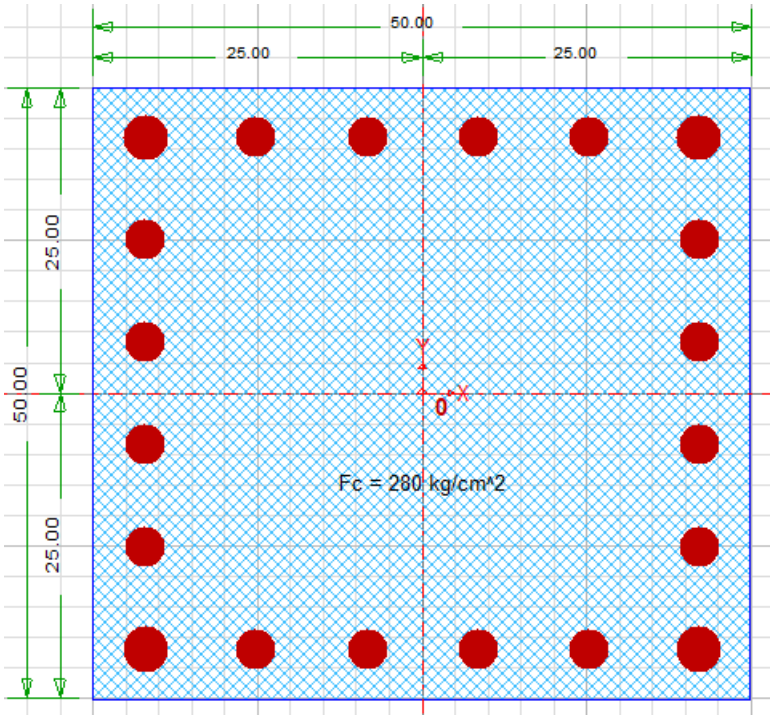
Section Shape

Rectangular

Circular

General

Define XS...



Rectangular Column

Cross-section Size

Width, B 50 cm

Depth, H 50 cm

Rebar Layout

Total 4-d32+16-d28 ...

Lateral

Ties

Spiral

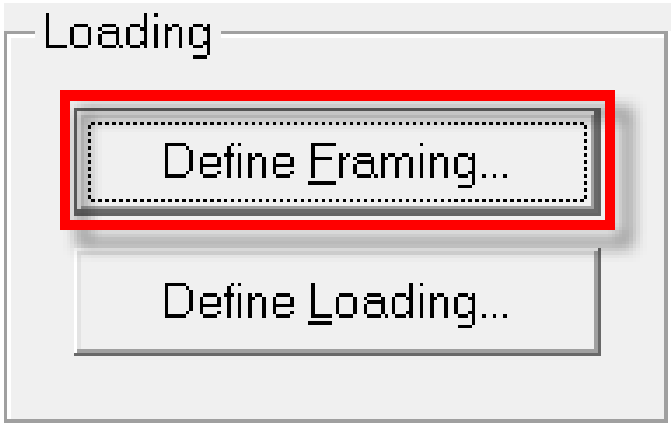
(Example: 8-d25)

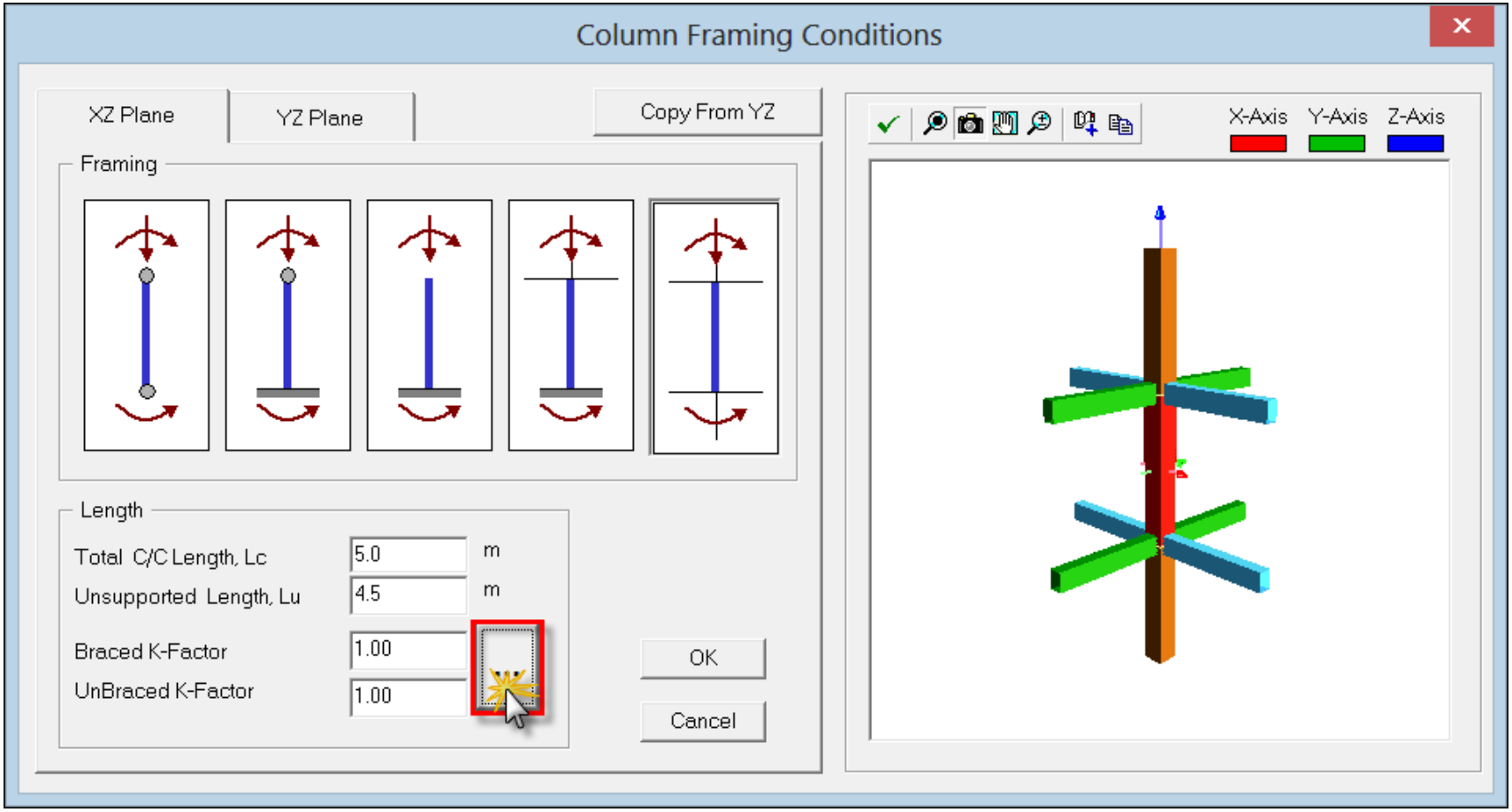
Use this as pattern for Auto Design

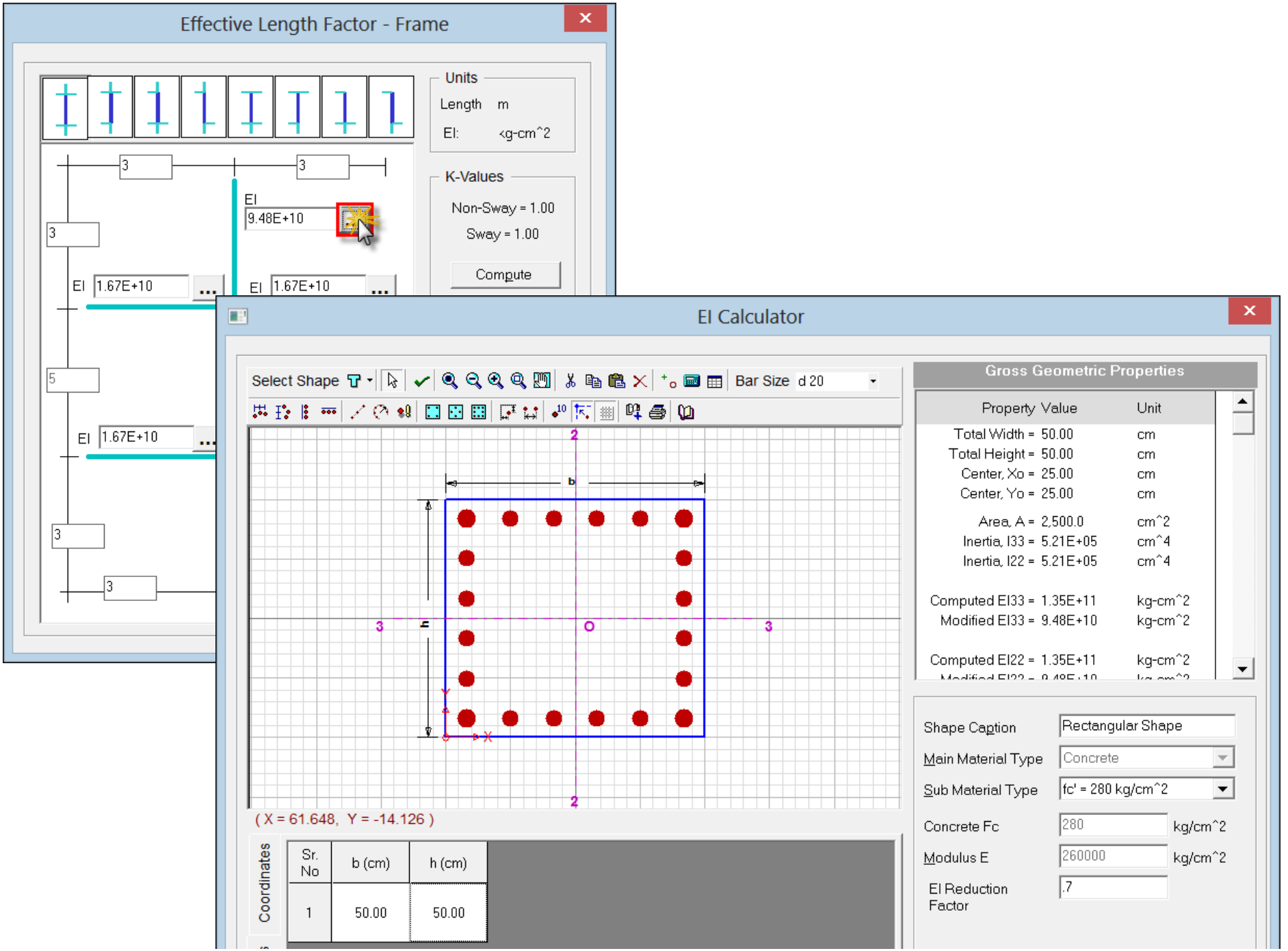
Material...

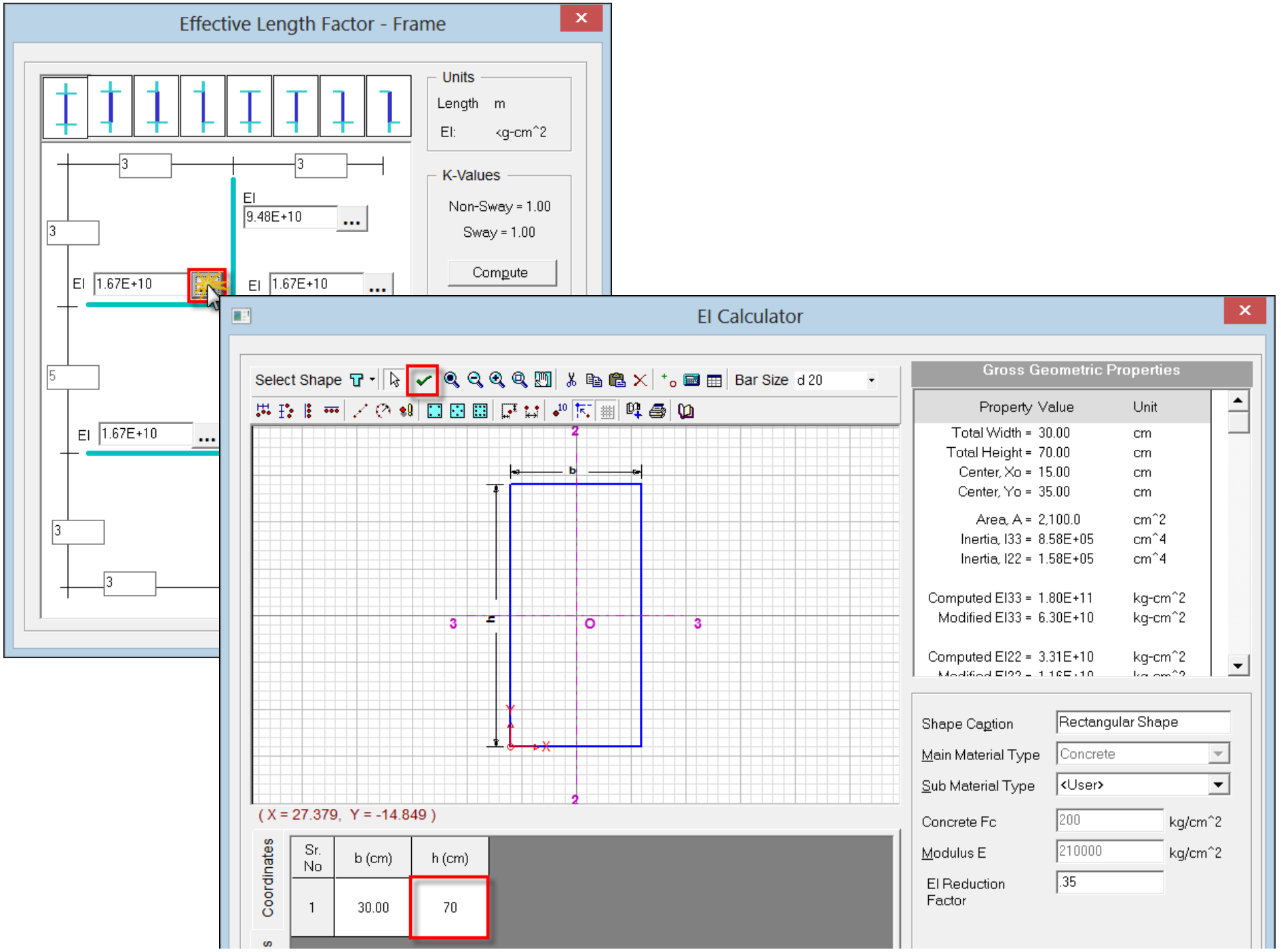
OK

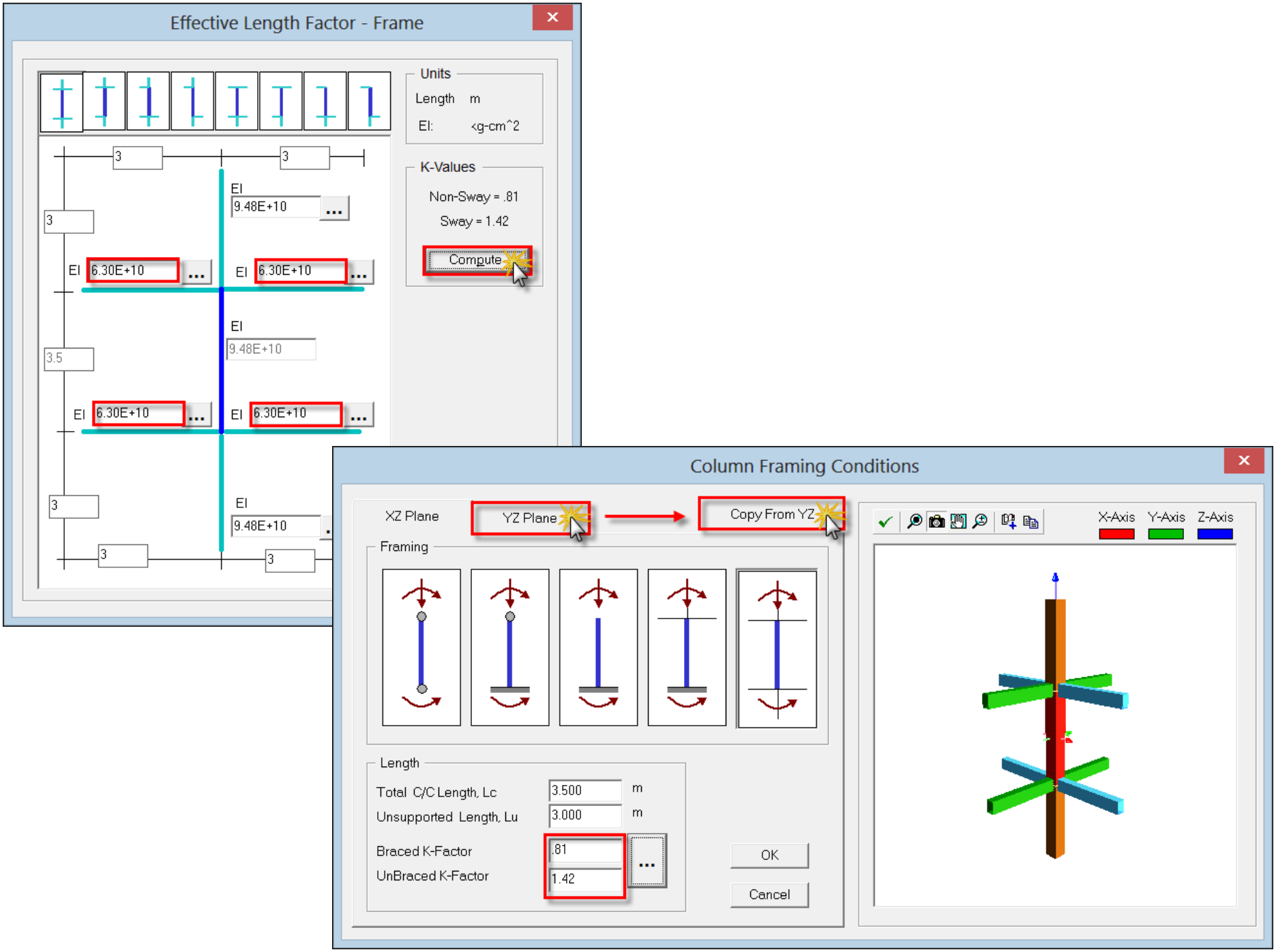
Cancel


Loading
Define Framing...
Define Loading...


Column Framing Conditions
XZ Plane
YZ Plane
Copy From YZ
Framing
Length
Total C/C Length, Lc
5.0
m
Unsupported Length, Lu
4.5
m
Braced K-Factor
1.00
UnBraced K-Factor
1.00
OK
Cancel
X-Axis
Y-Axis
Z-Axis


Effective Length Factor - Frame
Units
Length m
EI: <g-cm^2
K-Values
Non-Sway = 1.00
Sway = 1.00
Compute
EI
9.48E+10
EI 1.67E+10
EI 1.67E+10
EI 1.67E+10
3
3
3
5
3
3
EI Calculator
Select Shape
Bar Size d 20
(X = 61.648, Y = -14.126)
Coordinates
Sr. No
b (cm)
h (cm)
1
50.00
50.00
Gross Geometric Properties
Property Value
Unit
Total Width = 50.00 cm
Total Height = 50.00 cm
Center, Xo = 25.00 cm
Center, Yo = 25.00 cm
Area, A = 2,500.0 cm^2
Inertia, I33 = 5.21E+05 cm^4
Inertia, I22 = 5.21E+05 cm^4
Computed EI33 = 1.35E+11 kg-cm^2
Modified EI33 = 9.48E+10 kg-cm^2
Computed EI22 = 1.35E+11 kg-cm^2
Shape Caption
Rectangular Shape
Main Material Type
Concrete
Sub Material Type
fc' = 280 kg/cm^2
Concrete Fc
280
kg/cm^2
Modulus E
260000
kg/cm^2
EI Reduction Factor
.7


Effective Length Factor - Frame
Units
Length m
EI: <g-cm^2
K-Values
Non-Sway = 1.00
Sway = 1.00
Compute
EI 9.48E+10
EI 1.67E+10
EI 1.67E+10
EI 1.67E+10
EI Calculator
Select Shape
Bar Size d 20
(X = 27.379, Y = -14.849)
Gross Geometric Properties
Property Value Unit
Total Width = 30.00 cm
Total Height = 70.00 cm
Center, Xo = 15.00 cm
Center, Yo = 35.00 cm
Area, A = 2,100.0 cm^2
Inertia, I33 = 8.58E+05 cm^4
Inertia, I22 = 1.58E+05 cm^4
Computed EI33 = 1.80E+11 kg-cm^2
Modified EI33 = 6.30E+10 kg-cm^2
Computed EI22 = 3.31E+10 kg-cm^2
Shape Caption Rectangular Shape
Main Material Type Concrete
Sub Material Type <User>
Concrete Fc 200 kg/cm^2
Modulus E 210000 kg/cm^2
EI Reduction Factor .35
Coordinates
Sr. No
b (cm)
h (cm)
1
30.00
70


Effective Length Factor - Frame
Units
Length m
EI: <g-cm^2
K-Values
Non-Sway = .81
Sway = 1.42
Compute
EI
9.48E+10
6.30E+10
3
3.5
Column Framing Conditions
XZ Plane
YZ Plane
Copy From YZ
Framing
Length
Total C/C Length, Lc
3.500
m
Unsupported Length, Lu
3.000
m
Braced K-Factor
.81
UnBraced K-Factor
1.42
OK
Cancel
X-Axis
Y-Axis
Z-Axis

Column Loads

Factored Load Combination

Combination1 | New | Edit | Remove

Along X | Along Y | Copy From Y

Sr. No	Parameter	Value	Units
	Non-Sway Part		
1	Axial Load, Pu	276.000	ton
2	Bot Moment	16.70	ton-m
3	Top Moment	20.80	ton-m
4	Sustainded Load, Pud	140.00	ton-m

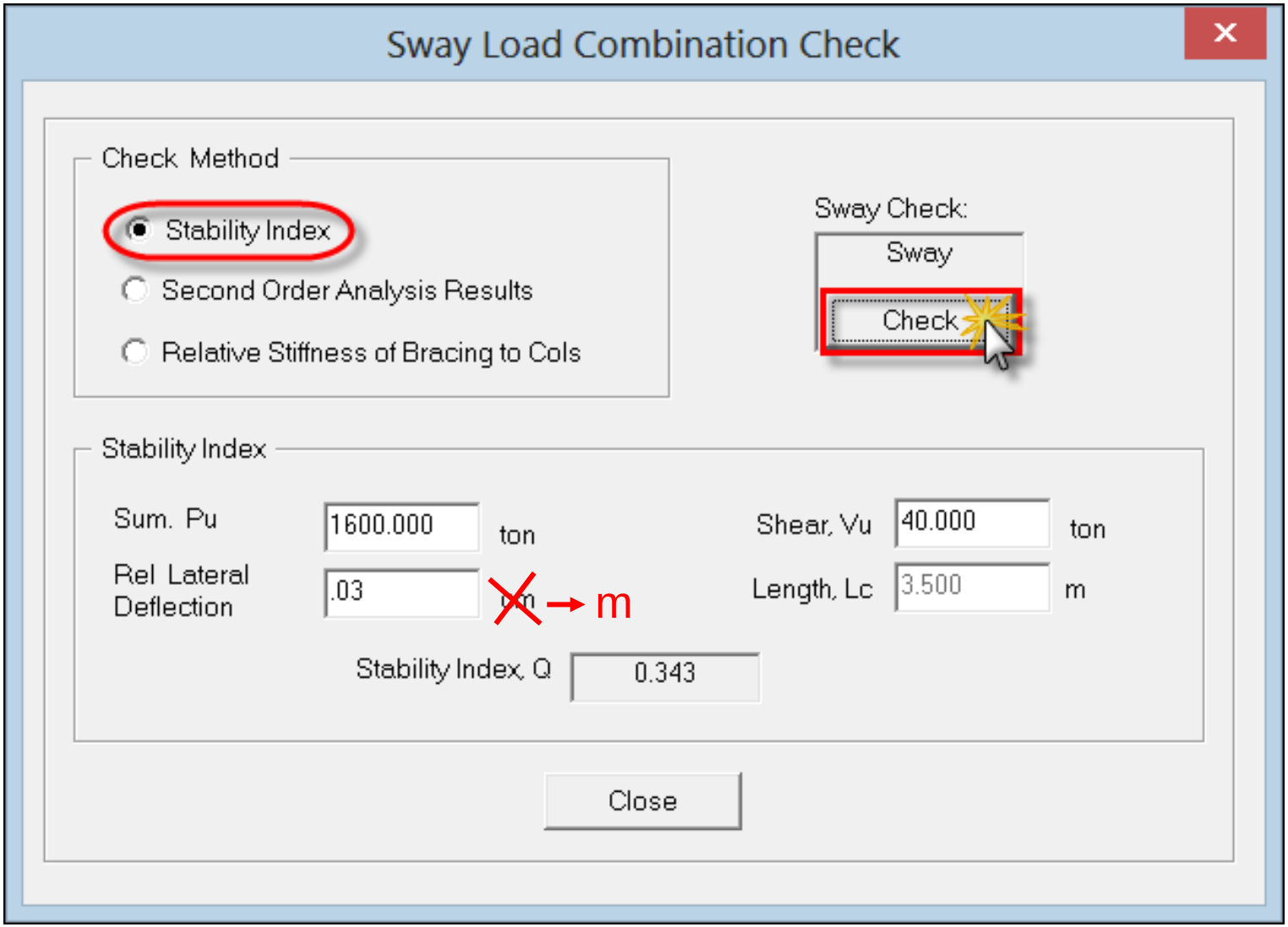
Consider as Sway | Check Sway Conditions

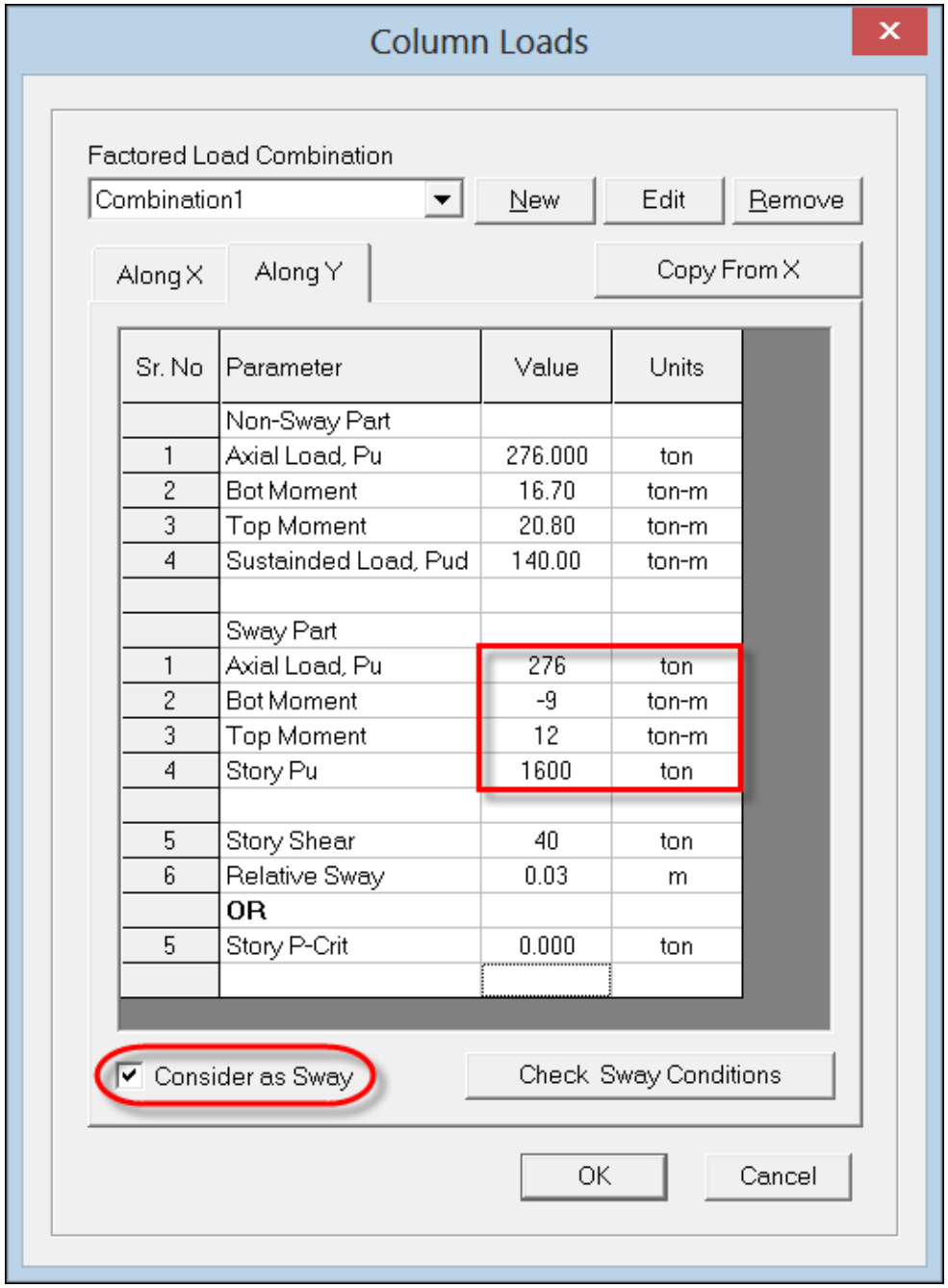
OK | Cancel

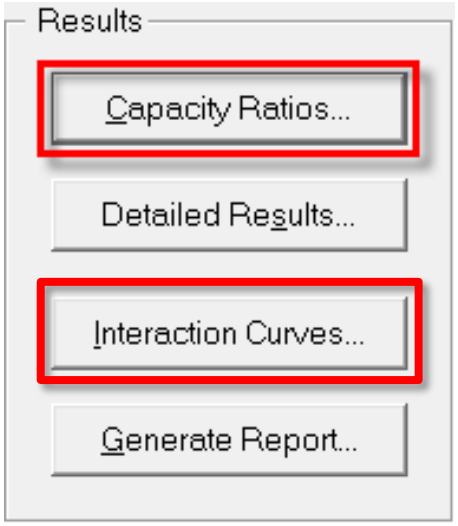
Along X | Along Y | Copy From X

Sr. No	Parameter	Value	Units
	Non-Sway Part		
1	Axial Load, Pu	276	ton
2	Bot Moment	0	ton-m
3	Top Moment	0	ton-m
4	Sustainded Load, Pud	140	ton-m

Check Sway Conditions




Column Loads
Factored Load Combination
Combination1
New
Edit
Remove
Along X
Along Y
Copy From X
Sr. No
Parameter
Value
Units
Non-Sway Part
1 Axial Load, Pu 276.000 ton
2 Bot Moment 16.70 ton-m
3 Top Moment 20.80 ton-m
4 Sustainded Load, Pud 140.00 ton-m
Sway Part
1 Axial Load, Pu 276 ton
2 Bot Moment -9 ton-m
3 Top Moment 12 ton-m
4 Story Pu 1600 ton
5 Story Shear 40 ton
6 Relative Sway 0.03 m
OR
5 Story P-Crit 0.000 ton
Consider as Sway
Check Sway Conditions
OK
Cancel

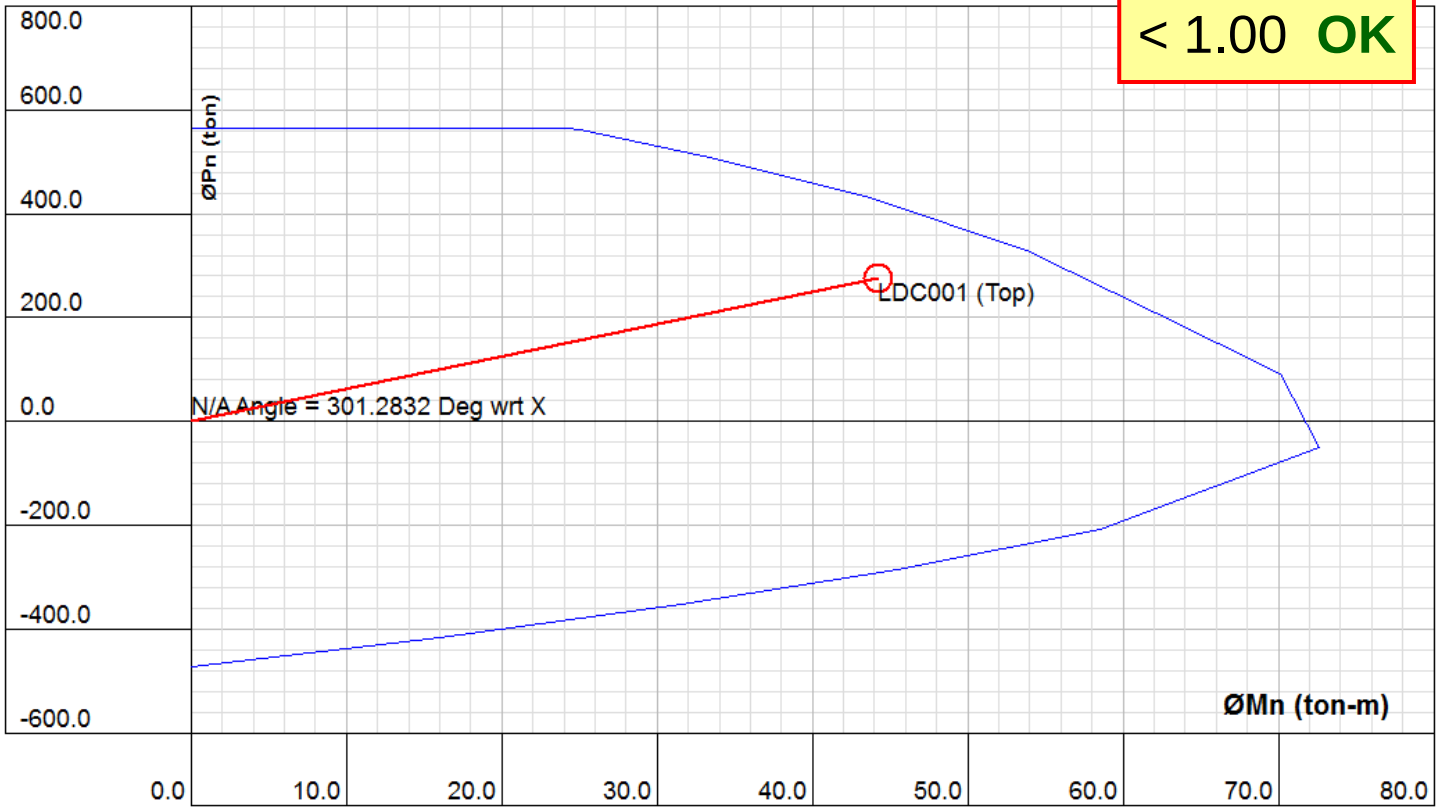


Capacity Calculation Results

Bottom End | Top End

Sr. No	Load Comb	Load-Pu (ton)	Mux (ton-m)	Muy (ton-m)	Capacity Ratio	Remarks
1	Combination1	276.000	20.80	39.06	.90	OK

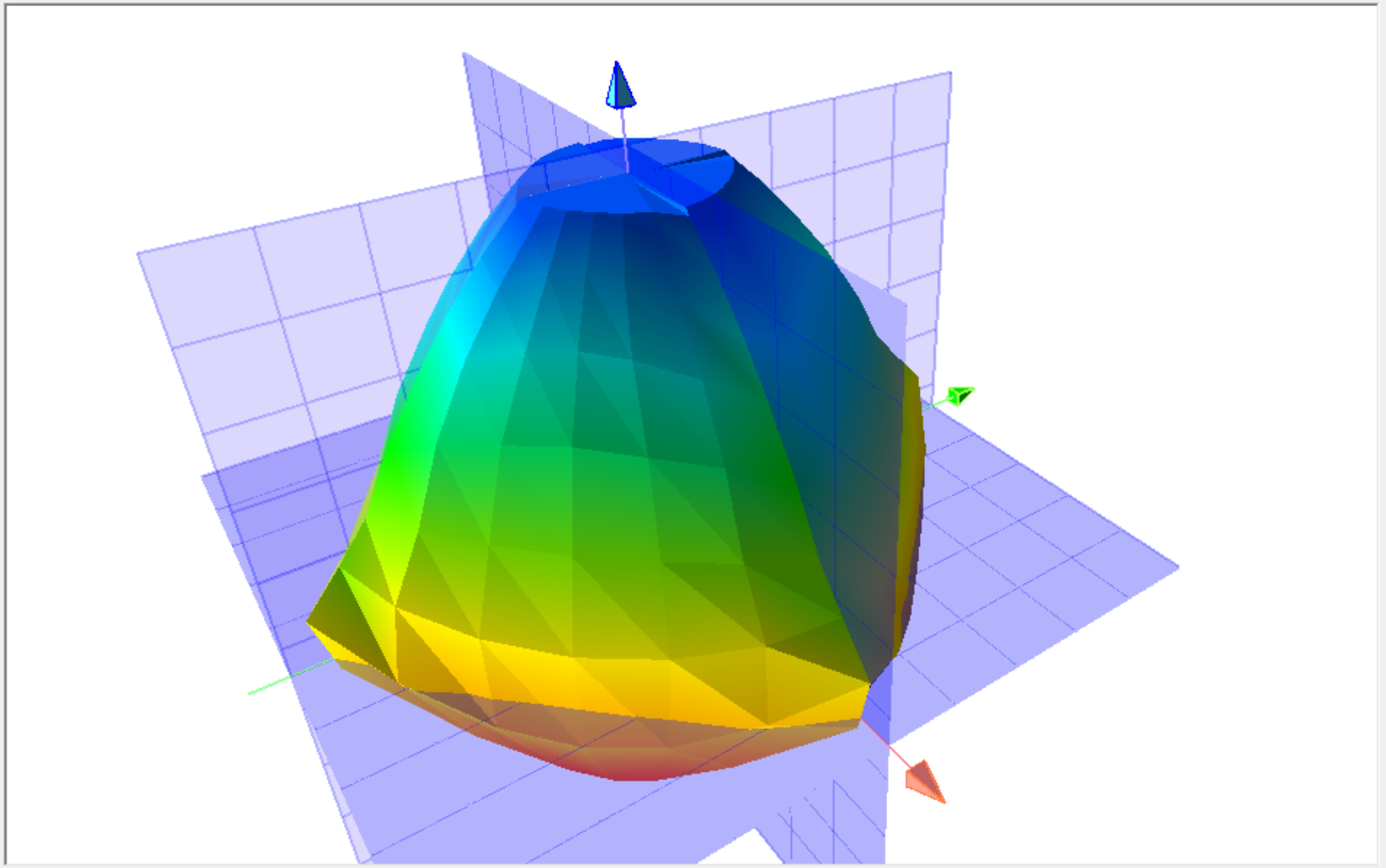
< 1.00 **OK**



Interaction Diagrams

P-M Curve | M-M Curve | Interaction Surface

Done



End of Lecture